УДК 544.636

Ф.В. ФОМОВСКИЙ

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА РАЗРЯДА ПЕРЕЗАРЯЖАЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ ЭНЕРГИИ С ПОСТОЯННОЙ МОЩНОСТЬЮ

Рассматривается общий подход к описанию работы как источников питания, обладающих высокой удельной энергоемкостью — аккумуляторов, так и источников с высокой удельной мощностью — конденсаторов и суперконденсаторов. В рамках рассмотренной модели получены аналитические зависимости между удельной энергией и удельной мощностью для основных классов перезаряжаемых источников энергии. Установлена связь между параметрами, описывающими накопитель электроэнергии, и предельной удельной мощностью этого накопителя.

Введение. Накопление, хранение и рациональное использование накопленной электрической энергии — одна из самых актуальных задач современной энергиии. Традиционно для хранения и последующего использования электрической энергии используются аккумуляторы, конденсаторы и суперконденсаторы. Однако новые требования, которые выдвигаются к перезаряжаемым источникам электрической энергии, невозможно удовлетворить только путем использования любого из указанных источников питания в отдельности. Повышенные практические требования, которые предъявляются к современным источникам электропитания (массогабаритные характеристики, диапазон рабочих температур, срок эксплуатации), указывают на необходимость создания гибридных источников питания, которые включали бы в себя различные перезаряжаемые источники питания. Только одновременное, в одном блоке питания, использование аккумуляторов, конденсаторов и суперконденсаторов позволяет решать современные задачи обеспечения электроэнергией гибридный автотранспорт, ветровые генераторы, солнечные электростанции.

Проектирование современных высокоэффективных гибридных источников питания первоочередной задачей ставит моделирование процессов согласования различных перезаряжаемых источников питания. Первым шагом в этом направлении можно считать описание перезаряжаемых источников питания в рамках зависимости, предложенной Рейгоном [1,2].

Д. Рейгон предложил характеризовать источники энергии зависимостью удельной энергии, которую источник способен отдать на внешнюю нагрузку с постоянной удельной мощностью. Для наполнения содержанием данного предложения была проделана огромная экспериментальная работа. В качестве примера можно отметить, что для аккумуляторов удельная энергия колеблется в пределах от  $10^4$  Дж/кг до  $10^6$  Дж/кг при удельной мощности порядка 100 W/кг, а у конденсаторов удельная энергия не превышает 100 Дж/кг при удельной мощности от  $10^4$  W/кг до  $10^6$  W/кг. Однако несмотря на существенные успехи, достигнутые при решении указанных задач, остается открытым вопрос о создании модели, которая бы описывала процесс передачи энергии в приближении, предложенном Д. Рейганом.

*Цель работы*. В рамках единого модельного представления описать процесс передачи энергии для основных перезаряжаемых источников энергии.

Для решения поставленной задачи рассмотрим процесс разряда источника электроэнергии на внешнюю нагрузку. Разряд протекает на переменную внешнюю нагрузку, которая меняется таким образом, что энергия на нагрузке выделяется с постоянной мощностью. Схема эксперимента приведена на рис. 1.

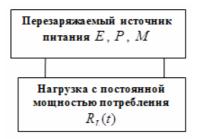


Рис. 1. Схема разряда источника питания на внешнюю нагрузку с постоянной мощностью

Как видно из рис. 1, источник питания и внешняя нагрузка подключены последовательно. Источник питания характеризуется полной запасенной энергией (E), мощностью, с которой энергия передается на внешнюю нагрузку (P), и массой (M). Внешняя нагрузка представляет собой переменное сопротивление ( $R_{\rm L}$ ). Сопротивление внешней нагрузки меняется таким образом, что энергия выделяется на нем с постоянной мощностью. Уравнение, которое описывает изменение тока в системе, как функцию времени, имеет вид:

$$U(t) = I(t)(R_L(t) + R_{in}),$$
 (1)

где U(t) – напряжение источника питания; I(t) – ток, протекающий в системе;  $R_{\rm L}(t)$  – сопротивление нагрузки;  $R_{\rm in}$  – внутреннее сопротивление источника питания.

При разряде перезаряжаемого источника питания падение потенциала на внешней нагрузке равняется  $I(t)R_{\rm L}(t)$ . Учитывая особенности постановки эксперимента, следует отметить, что разряд протекает через переменное сопротивление, величина которого меняется таким образом, что мощность, которая на нем выделяется, остается постоянной.

Ее можно записать в виде  $\frac{P}{I(t)}$ , где P — мощность, с которой происходит разряд. Окончательно уравнение (1) принимает вид:

$$U(t) = I(t)R_{in} + \frac{P}{I(t)}$$
 (2)

В рамках данного подхода при вычислении зависимости удельной плотности энергии как функции от удельной мощности вся исходная информация о перезаряжаемых источниках питания, содержащаяся в зависимости U(t) и  $R_{\rm in}$ , описывается при помощи этих параметров. Изменение U(t) описывает разряд того или иного идеального перезаряжаемого источника питания.

Аккумуляторы выделяются среди других перезаряжаемых источников энергии своей высокой удельной энергоемкостью. В гибридных источниках энергии аккумуляторы являются основой энергонакапливающего элемента. Поэтому моделирование и рассмотрение перезаряжаемых источников начнем именно с аккумуляторов.

Рассмотрим разряд с постоянной мощностью идеального аккумулятора. Под идеальным подразумеваем такой аккумулятор, который не боится короткого замыкания. У идеального аккумулятора отсутствуют токи саморазряда и  $U(t) = U_0 \theta(t-t_0)$ , где  $U_0$  напряжение на внешних клеммах аккумулятора;  $t_0$  – время полного разряда аккумулятора.

Энергоемкость аккумулятора (E) равняется:  $E = U_0 Q$ , где Q – максимальный заряд,

который можно запасти в аккумуляторе. Следовательно, время разряда равно  $t_0 = \frac{Q}{I(t)}$ .

Далее из уравнения (2) находим значение тока. Физический смысл имеет значение тока I(t). Принимая во внимание, что  $E=Pt_0$ , получаем окончательное выражение, связывающее энергию, накопленную в аккумуляторе, и мощность, с которой эта энергия может быть передана на внешнюю нагрузку. Разделив левую и правую часть уравнения на массу аккумулятора, получим выражение, связывающее удельную энергию, выделяющуюся на внешней нагрузке, с удельной мощностью:

$$e_{b} = \frac{2QR_{in}M_{b}p_{b}}{U_{0}(1-\sqrt{1-\gamma})}, \quad \gamma = \frac{4R_{in}M_{b}p_{b}}{U_{0}^{2}}, \quad (3)$$

где  $M_b$  – масса аккумулятора;  $e_b = \frac{E}{M_b}$  – удельная энергия;  $p = \frac{P}{M_b}$  – удельная

Из уравнения (3) следует, что максимальная удельная мощность, с которой аккумуля-

тор может передавать энергию на внешнюю нагрузку, равняется 
$$p_b = \frac{U_0^2}{4R_{\rm in}M_b}$$
 .

Такая мощность соответствует случаю, когда сопротивление внешней нагрузки равняется внутреннему сопротивлению аккумулятора.

Следует отметить, что данная модель не рассматривает фарадеевские процессы саморазряда вредных паразитных примесей, процессы концентрационной поляризации и другие паразитные процессы, приводящие к саморазряду аккумулятора. Влияние перечисленных паразитных процессов на энергетическое состояние аккумулятора обсуждается в работе [3].

Конденсаторы как перезаряжаемые источники энергии используются только в импульсной технике, в случае, когда необходимо сформировать и передать мощный, но короткий импульс. Конденсатор может передавать всю накопленную энергию, другими словами, он может работать в режиме короткого замыкания и это не сказывается на его работоспособности.

При рассмотрении удельных энергетических характеристик конденсаторов воспользуемся, как и ранее, уравнением (2). Изменение разности потенциалов на внешних контактах

конденсатора описывается уравнением 
$$U(t) = \frac{Q_0 - q(t)}{C}$$
, где  $Q_0$  – заряд суперконденса-

тора в начальный момент времени; q(t) – величина заряда, на которую уменьшается заряд конденсатора в процессе разряда за время t; C – емкость конденсатора. После подстановки в уравнение (2) выражения, которое связывает U(t) с зарядом на конденсато-

ре, и учитывая, что 
$$I(t) = \frac{dq(t)}{dt}$$
, получаем следующее уравнение:

$$\frac{(Q_0 - q(t))}{C} \frac{dq(t)}{dt} - P - \left\lceil \frac{dq(t)}{dt} \right\rceil^2 R_{in} = 0.$$
 (4)

Из уравнения (4) находим:

$$\frac{dq(t)}{dt} = \frac{1}{2} \left[ \frac{Q_0 - q(t)}{C} - \sqrt{\left(\frac{Q_0 - q(t)}{C}\right)^2 - 4R_{in}P} \right].$$
 (5)

Из уравнения (5) находим время разряда конденсатора с постоянной мощностью. Умножив время разряда на значение мощности, с которой разряжается конденсатор, находим энергию, которая выделяется на внешней нагрузке в процессе разряда:

$$e_{c} = Cp_{c}[x + \sqrt{x^{2} - x - 1}] + Cp_{c} \ln(\sqrt{x} - \sqrt{x - 1}),$$

$$p_{c} = \frac{P}{M_{c}},$$

$$\chi = \frac{U_{0}^{2}}{4R_{in}M_{c}p_{c}},$$
(6)

где  $M_c$  – масса конденсатора;  $e_c = \frac{E}{M_c}$  – удельная энергия, переданная конденсатором

на внешнюю нагрузку;  $p_c = \frac{P}{M_c}$  – удельная мощность разряда конденсатора.

Максимальная удельная мощность, с которой при разряде на внешнюю нагрузку кон-

денсатор может передать максимальное количество энергии, равна  $p_c = \frac{U_0^2}{4R_{\rm in}M_c}$ . Это

соответствует случаю, когда сопротивление внешней нагрузки равняется внутреннему сопротивлению конденсатора.

Ели учесть, что конденсаторы не предназначены для длительного хранения энергии, рассмотрение процессов, приводящих к саморазряду, не представляет практического интереса. Поэтому считается, что вся накопленная в конденсаторах энергия передается на вешнюю нагрузку и их КПД приближается к 98%.

Суперконденсаторы — относительно новый тип перезаряжаемых источников энергии, который занимает промежуточное место между аккумуляторами и обычными конденсаторами. Суперконденсаторы широко применяются в гибридном автотранспорте, компьютерной технике, космической и бытовой технике и т.д. [4, 5]. Суперконденсаторы, как и обычные конденсаторы, не боятся короткого замыкания, количество циклов заряд/разряд у них практически не ограничено и по оценкам достигает  $10^6$ . Они способны работать в широком температурном диапазоне от  $-50^{\circ}$ С до  $+70^{\circ}$ С и не нуждаются в профилактическом обслуживании в процессе эксплуатации.

Еще одной особенностью суперконденсаторов, в отличие от обычных конденсаторов, является то, что емкость суперконденсаторов зависит от разности потенциалов на их внешних контактах [6,7]. В случае суперконденсаторов зависимость этих перезаряжаемых источников энергии от потенциала аппроксимируется линейной функцией. Традиционно выражение для емкости суперконденсатора как функции U представляется в виде:

$$C(U) = C_0 + aU, (7)$$

где  $C_0$  – емкость при нулевой разности потенциалов на клеммах суперконденсатора; а – коэффициент пропорциональности, который определяется как тангенс угла наклона графика C=f(U) .

После несложных преобразований уравнение (2) можно представить в виде:

$$\left[\frac{dU}{dt}\right]^{2} (C_{0} + 2aU)^{2} R_{in} - (C_{0} + 2aU)U \frac{dU}{dt} + P = 0.$$
 (8)

В отличие от обычных электролитических конденсаторов при разряде с суперконденсаторов снимается 75% накопленной энергии. Исходя из условий тестирования, разряд суперконденсатора осуществляется до половины его начального рабочего напряжения.

С учетом сказанного выше и из уравнения (8) находим, что для суперконденсаторов удельная энергия связана с удельной мощностью уравнением:

$$e_{sc} = \frac{C_0 U_0^2}{2M_{sc}} [a(1) + \frac{3}{4} - \frac{1}{4} a(4)] + \frac{C_0 U_0^2 p_{sc}}{2M_{sc}} ln[\frac{2(1 - a(1))}{1 - a(4)}] + \frac{aU_0^3}{3M_{sc}} [\frac{7}{8} + [a(1)]^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{8} [a(4)]^{\frac{3}{2}}],$$

$$a(1) = \sqrt{1 - p_{sc}}, \quad a(4) = \sqrt{1 - 4p_{sc}}, \quad (9)$$

где  $p_{sc}$  – удельная мощность суперконденсатора;  $e_{sc}$  – удельная энергия суперконденсатора;  $M_x$  – масса суперконденсатора.

В работе не рассматриваются процессы, связанные с саморазрядом суперконденсаторов. Подробно эти вопросы изложены в работах [3, 8]. Учитывая то, что суперконденсаторы не предназначены для длительного хранения энергии, пренебрежение процессами саморазряда при построении теоретической модели не должно вносить существенную погрешность при описании работы суперконденсатора.

Полученные в рамках предложенной модели уравнения (3), (6) и (9) описывают зависимость удельной энергии от удельной мощности для основных перезаряжаемых источников энергии аккумуляторов, конденсаторов и суперконденсаторов. В целях проверки справедливости сделанных предположений были рассчитаны рейгоновские зависимости для различных перезаряжаемых источников питания. Результаты приведены на рис. 2.

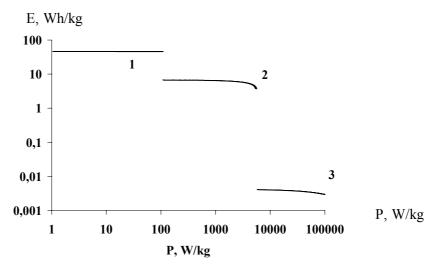


Рис. 2. Зависимость удельной энергии от удельной мощности для никель-металлгидридного аккумулятора (1), углерод/углеродного суперконденсатора (2) и электролитического конденсатора (3)

Результаты на рис. 2 приведены в традиционных для рейгоновских зависимостей логарифмических координатах, а значения удельной энергии даны в Вт-часах на килограмм. При расчетах зависимости, приведенной на рис. 2 для никель-металлгидридного аккумулятора, значения необходимых параметров были взяты из работы [9]. При расчетах рейгоновской зависимости для электролитического конденсатора использовали параметры конденсатора тайваньской фирмы HITANO емкостью 150 мкф и с рабочим напряжением 20В.

Параметры макета суперконденсатора составляли емкость  $C_0 - 390 \, \Phi$ , коэффициент  $\alpha - 11 \, \Phi/B$ , рабочее напряжение – 2,7 B, внутреннее сопротивление – 1,4 мОм.

**Выводы.** 1. Предложенные результаты теоретических расчетов, показывают, что предположения, сделанные при построении теоретической модели, позволяют в рамках общего подхода описать энергетические характеристики основных перезаряжаемых источников питания.

- 2. При описании процессов перезарядки в перезаряжаемых источниках энергии индуктивностью можно пренебрегать, так как её влияние мало даже для электролитических конденсаторов.
- 3. Определено, что более важным представляется моделирование процессов теплообмена в источниках питания при их работе в критических режимах эксплуатации. Именно процессы теплообмена могут внести коррективы в определение предельных значений удельной мощности как для аккумуляторов, так и для суперконденсаторов.

В заключение автор выражает глубокую благодарность канд. хим. наук, ст. н.с. В. Ю. Изотову и д-ру физ.-мат.наук, проф. Н. И. Клюю за полезные обсуждения результатов работы и ценные замечания.

Список литературы: 1. Ragone D.V. Review of Battery Systems for Electrically Powered Vehicles // Mid-Year Meeting of the Society of Automotive Engineers, Detroit, MI, May 20–24. 1968. P 117-149. 2. Webster J.G. (Ed.), Wiley Encyclopedia of Electrical and Electronics Engineering vol. III Wiley, New York. 1999. 3. Conway B. Electrochemical supercapacitors: scientific fundamentals and technological applications. Kluwer Academic / Plenum New York. 1999. 698 p. 4. Nishino A. Capacitors: operating principles, current market and technical trends // Journal of Power Sources. 1996. V. 60. P. 137 – 147. 5. Burke A. R&D consideration for the performance and application of electrochemical capacitors // Electrochimica Acta. 2007. V. 53. P. 1083–1091. 6. Kurzweil P., Frenzel B., Gallay R. Capacitance characterization methods and ageing behavior of supercapacitors // Proc. The 15-th International Seminar On Doubl Layer Cahacitors. Deerfield Beach. Fl., U.S.A., Dec. 5–7, 2005. P. 1–12. 7. Ізотов В.Ю. Залежність інтегральної ємності конденсаторів подвійного електричного шару від потенціалу // Наукові вісті НТУУ "КПІї". 2011. № 3 (71). С. 119–122. 8. Kowal J., Avaroglu E., Chamekh F, Senfelds A., Thien T., Wijaya D., Sauer D.U. Detailed analysis of the self-discharge of supercapacitors // Journal of Power Sources. 2011. V. 196. P. 573-579. 9. Andrew Burke. Review. Ultracapacitor technologies and application in hybrid and electric vehicles// Int. J. Energy Res. 2010. V. 34. P.133–151.

Поступила в редколлегию 15.02.2014

**Фомовский Феликс Владимирович,** канд. техн. наук, доцент кафедры электронных аппаратов КрНУ им. М. Остроградского. Научные интересы: оборудование и технологии производства электронной техники. Адрес: Украина, 39600, Кременчуг, ул. Першотравнева, 20, тел.: (05366) 32001. E-mail: fill.fo@mail.ru.