

АБСТРАКТНЫЙ АВТОМАТ И ФОРМИРОВАНИЕ КОРТЕЖА С НЕПЕРЕСЕКАЮЩИМИСЯ СОЕДИНЕНИЯМИ

ЧЕЧЕНЯ В.С.

Рассматривается проблема проведения соединений печатных плат в области BGA. Предлагается универсальная математическая модель проведения соединений между контактами BGA компонент для вывода их на периферию, что очень важно при проектировании плоских конструктивов. Описывается формирование рисунка схемы с матричным расположением контактов для соединений, которые не пересекаются. Показывается, что кортеж элементов схемы может быть использован для описания соединений, проверки загрузки макродискрета.

Введение

При проектировании современных сложных электронных устройств характерной особенностью является применение микросхем большой и сверхбольшой степени интеграции – это печатные платы, которые содержат корпуса типа LGA, BGA, CGA.

Сложность проектирования плоских конструктивов в области расположения различного рода матричных корпусов заключается в получении качественного рисунка проведения соединений. При этом главная цель состоит в том, чтобы вывести все соединения на периферию BGA, используя как можно меньше слоёв. Несмотря на то, что задача трассировки печатных плат является одним из самых актуальных в области проектирования БИС и СБИСи, несмотря на изобилие разработанных методов, ученые и проектировщики не могут добиться получения качественного рисунка схемы в области BGA и зачастую трассировка внутреннего пространства BGA компонентов обычно осуществляется либо вручную, либо по шаблону.

На разрешение задачи получения качественного рисунка схемы способна повлиять только разработка математического аппарата для проектирования плоских конструктивов в области размещения компонент матричных корпусов.

1. Постановка задачи

Для решения подобных задач необходим принципиально новый подход к процессу трассировки [1,2]. Поэтому в данной работе представлен метод построения рисунка схемы без пересечения проводников с минимальным количеством слоев для проектирования плоских конструктивов с BGA компонентами. Разработан математический аппарат проведения соединений, оценки качества проведения соединений, оптимизации полученного решения. Предложенная математическая модель проведения соединений в целях формирования кортежа соединений представлена в виде циклического фрагмента.

Поэтому сам процесс проведения соединений можно описать как комбинаторную задачу размещения и перестановки элементов.

2. Обзор литературы

Микросхемы в корпусе BGA относительно недороги и имеют малые размеры [3].

Но, несмотря на свою популярность применения, трассировка печатных плат с участием корпусов BGA проблематична. Причин, по которым необходим быстрый выход на периферию, несколько. Обычная последовательная трассировка с перекладкой не устраняет кратных пересечений проводников. В связи с этим могут появляться «лишние межслойные переходы», ещё больше увеличивая плотность размещения контактов [4]. В свою очередь увеличение межслойных переходов влечет за собой ряд других факторов – уменьшение толщины проводников и расстояний между ними, специфики межслойных соединений, что является катастрофой для BGA.

Несмотря на развитие САПР, современные программные средства не в состоянии справиться с поставленной задачей [4]. Поэтому зачастую качество выполненной работы, а именно рисунок проведения соединений оставляет желать лучшего.

Поэтому, исходя из актуальности задачи, исследование посвящено разработке математического аппарата для получения рисунка схемы проведения соединений в области BGA, который соответствует конструкторско-технологическим требованиям.

3. Материалы и методы

Рассмотрим методы формирования кортежа соединений, когда местоположение контактов на внешнем контуре должно быть представлено циклическим фрагментом, т.е. расположение контактов должно быть задано в виде циклической последовательности [1,2,5-7].

Математическая модель проведения соединений в целях формирования кортежа соединений в виде циклического фрагмента заключается в формировании последовательности соединений различного уровня. Проведение соединений ассоциируется с размещением и перестановкой элементов в кортеже. На каждом шаге построения между контактами текущего уровня необходимо разместить следы соединений контактов предыдущего уровня. При этом нужно произвести равномерное проведение соединений по макродискретам.

Рассмотрим подробно структуру макродискрета (рис. 1). В качестве примера рассмотрим макродискрет M_1 .

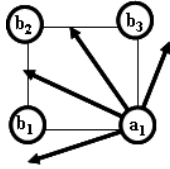


Рис. 1. Макродискрет M_6

Макродискрет состоит из четырех контактов: правый нижний контакт b_1 , левый нижний контакт a_1 , правый верхний контакт b_2 , левый верхний контакт b_3 . Также имеются четыре топометрических линии в виде направленных отрезков $(b_1, b_2), (b_2, b_3), (b_3, a_1), (a_1, b_1)$. Из нижнего правого контакта имеется возможность проведения только четырех соединений. Таким образом, на уровне $U_b \rightarrow \langle \uparrow b_1 \uparrow b_2 \uparrow b_3 \uparrow \rangle$ имеется четыре возможных способа расположения следов соединений предыдущего уровня. Стрелками указано возможное место расположения следов предыдущего уровня. Таким образом, можно характеризовать каждое расположение элементов в кортеже характеристическим вектором S_b . В характеристическом векторе S_b позиции с ненулевым значением характеризуют след соединений предыдущего уровня, например (рис. 2):

кортежу $y_{b1} = \langle a_1, b_1, b_2, b_3 \rangle$ соответствует характеристический вектор $s_{b1} = (1, 0, 0, 0)$;
 кортежу $y_{b2} = \langle b_1, a_1, b_2, b_3 \rangle$ соответствует характеристический вектор $s_{b2} = (0, 1, 0, 0)$;
 кортежу $y_{b3} = \langle b_1, b_2, a_1, b_3 \rangle$ соответствует характеристический вектор $s_{b3} = (0, 0, 1, 0)$;
 кортежу $y_{b4} = \langle b_1, b_2, b_3, a_1 \rangle$ соответствует характеристический вектор $s_{b4} = (0, 0, 0, 1)$.

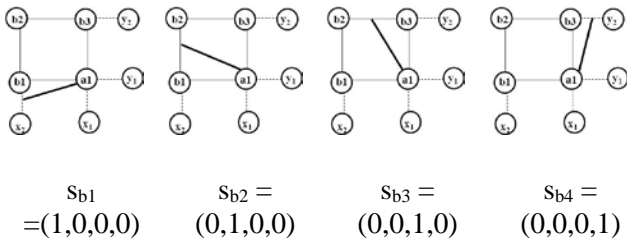


Рис. 2. Распределение соединений в уровне b

Для описания процесса последовательного построения соединений, начиная с макродискрета M_1 , воспользуемся методами теории автоматов [15-17].

Определение. *Абстрактный автомат* является математической моделью дискретного устройства и описывается шестикомпонентным набором $AA = (S, X, Y, \sigma, \lambda, a_1)$, где

- $S = \{s_1, s_2, \dots, s_m, \dots, s_M\}$ — множество состояний;
- $X = \{x_1, x_2, \dots, x_f, \dots, x_F\}$ — множество входных сигналов;
- $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_g, \dots, y_G\}$ — множество выходных сигналов;

- δ — функция переходов АА, которая парам состояние — входной сигнал (s_m, x_f) ставит в соответствие состояние АА s_s , т.е. $s_s = (s_m, x_f)$, $s_s \in S$;
- λ — функция выходов АА, которая парам состояние — входной сигнал (s_m, x_f) ставит в соответствие выходной сигнал АА y_g , т.е. $y_g = (s_m, x_f)$, $y_g \in Y$;
- s_1 — начальное состояние. АА работает в дискретные моменты времени, и в момент времени $t = 0$ автомат всегда находится в состоянии s_1 . В момент времени $t = 0 + \Delta t$ автомат может перейти в другое состояние.

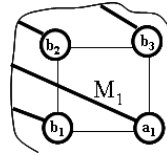


Рис. 3. Проведение соединений в макродискрете M_1

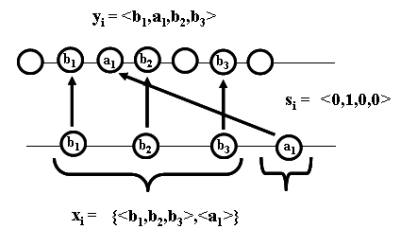


Рис. 4. Граф работы автомата

Рассмотрим формирование кортежа для уровня b (рис. 3 и рис. 4). Здесь имеется всего один элемент множества входных сигналов $x_1 = \{ \langle b_1, b_2, b_3 \rangle, \langle a_1 \rangle \}$, состоящий из кортежа контактов уровня U_b ($\text{card}U_b = 3$) и следа соединения контакта a_1 нижнего уровня U_a ($\text{card}U_a = 1$). Состояние автомата определяется множеством S , состоящим из четырех характеристических векторов: $s_1 = (1, 0, 0, 0)$, $s_2 = (0, 1, 0, 0)$, $s_3 = (0, 0, 1, 0)$, $s_4 = (0, 0, 0, 1)$. Мощность каждого вектора определяется как $\text{card}v_i = \text{card}U_k + 1$, т.е. мощность кортежа контактов текущего слоя плюс единица. Функция переходов δ паре состояния $s_2 = (0, 1, 0, 0)$ и входному сигналу $x_1 = \{ \langle b_1, b_2, b_3 \rangle, \langle a_1 \rangle \}$ ставит в соответствие состояние АА в виде вектора $\delta = (0, b_1, a_1, b_2, 0, b_3, 0)$. Функция выходов $\lambda = (b_1, a_1, b_2, b_3)$ паре состояния $s_2 = (0, 1, 0, 0)$ и входному сигналу $x_1 = \{ \langle b_1, b_2, b_3 \rangle, \langle a_1 \rangle \}$ ставит в соответствие один из элементов множества выходных сигналов Y , а именно $y_i = \langle b_1, a_1, b_2, b_3 \rangle$. Начальное состояние определяется как $s_2 = (0, 1, 0, 0)$.



Рис. 5. Последовательность выполнения работы автоматами для построения внешнего циклического фрагмента

В общем случае процесс построения циклического фрагмента для внешних выводов компонента ВГА можно представить как последовательную работу абстрактных автоматов, где вы-

ходной сигнал одного автомата является входным сигналом следующего автомата (рис. 5). На уровне $U_c \rightarrow \langle \uparrow c_1 \uparrow c_2 \uparrow c_3 \uparrow c_4 \uparrow c_5 \uparrow \rangle$ имеется шесть возможных способов расположения следов соединений предыдущего уровня. Стрелками указано возможное место расположения следов предыдущего уровня. Одновременно могут быть задействованы только четыре следа соединений из предыдущего уровня. Рассмотрим эти возможности, перечислив все характеристические векторы S_c :

Подряд четыре компонента	Подряд три компонента	Подряд два компонента
$s_{c1} = (1,1,1,1,0,0)$	$s_{c4} = (1,1,1,0,1,0)$	$s_{c10} = (1,1,0,1,1,0)$
$s_{c2} = (0,1,1,1,1,0)$	$s_{c5} = (1,1,1,0,0,1)$	$s_{c11} = (1,1,0,0,1,1)$
$s_{c3} = (0,0,1,1,1,1)$	$s_{c6} = (0,1,1,1,0,1)$	$s_{c12} = (0,1,1,0,1,1)$
	$s_{c7} = (1,0,1,1,1,0)$	$s_{c13} = (1,1,0,1,0,1)$
	$s_{c8} = (1,0,0,1,1,1)$	$s_{c14} = (1,0,1,1,0,1)$
	$s_{c9} = (0,1,0,1,1,1)$	$s_{c15} = (1,0,1,0,1,1)$

Если при проведении соединений учитывать равномерное их распределение по макродискретам, то с этой целью нужно исключить из рассмотрения векторы $s_{c1}, s_{c2}, s_{c3}, s_{c6}, s_{c7}, s_{c14}$, так как по сторонам $c_2 - c_3$ и $c_3 - c_4$ диагонального макродискрета (3 и 4 места в характеристическом векторе) осуществляется проведение по одному соединению. Но данные стороны принадлежат одному диагональному макродискрету M_3 , то есть получается, что в данном макродискрете M_3 осуществляется проведение двух соединений. А это противоречит требованиям равномерного распределения соединений по макродискретам. Сформируем кортежи (рис. 6) для уровня c относительно кортежа предыдущего уровня b и вектора $s_{c4} = (1,1,1,0,1,0)$:

$$\begin{aligned}
 y_{c1} &\rightarrow \langle \uparrow c_1 \uparrow c_2 \uparrow c_3 \uparrow c_4 \uparrow c_5 \uparrow \rangle \\
 &\quad a_1 \quad b_1 \quad b_2 \quad 0 \quad b_3 \quad 0 \quad \rightarrow \\
 &\langle a_1, c_1, b_1, c_2, b_2, c_3, c_4, b_3, c_5 \rangle; \\
 y_{c2} &\rightarrow \langle \uparrow c_1 \uparrow c_2 \uparrow c_3 \uparrow c_4 \uparrow c_5 \uparrow \rangle \\
 &\quad b_1 \quad a_1 \quad b_2 \quad 0 \quad b_3 \quad 0 \quad \rightarrow \\
 &\langle b_1, c_1, a_1, c_2, b_2, c_3, c_4, b_3, c_5 \rangle; \\
 y_{c3} &\rightarrow \langle \uparrow c_1 \uparrow c_2 \uparrow c_3 \uparrow c_4 \uparrow c_5 \uparrow \rangle \\
 &\quad b_1 \quad b_2 \quad a_1 \quad 0 \quad b_3 \quad 0 \quad \rightarrow \\
 &\langle b_1, c_1, b_2, c_2, a_1, c_3, c_4, b_3, c_5 \rangle; \\
 y_{c4} &\rightarrow \langle \uparrow c_1 \uparrow c_2 \uparrow c_3 \uparrow c_4 \uparrow c_5 \uparrow \rangle \\
 &\quad b_1 \quad b_2 \quad b_3 \quad 0 \quad a_1 \quad 0 \quad \rightarrow \\
 &\langle b_1, c_1, b_2, c_2, b_3, c_3, c_4, a_1, c_5 \rangle.
 \end{aligned}$$

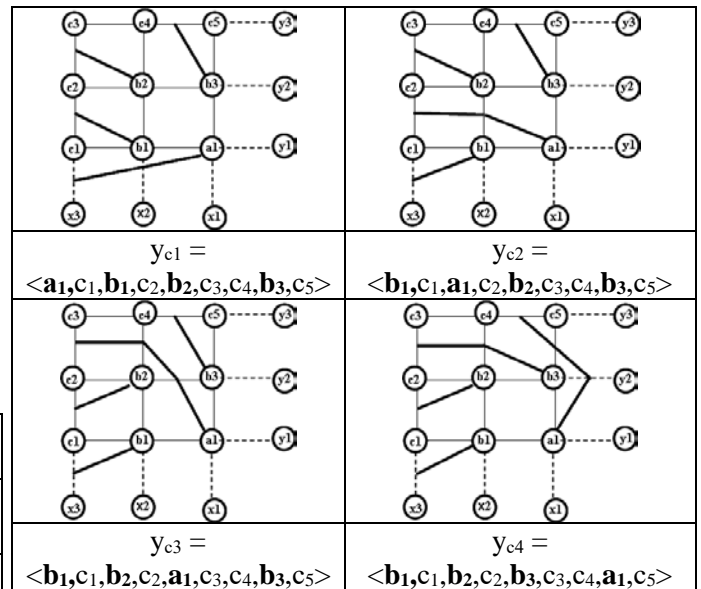


Рис. 6. Кортежи для характеристического вектора $s_{c4} = (1,1,1,0,1,0)$

Рассмотрим формирование кортежа y_{c3} для уровня U_c : $y_{c3} = \langle b_1, c_1, b_2, c_2, a_1, c_3, c_4, b_3, c_5 \rangle$.

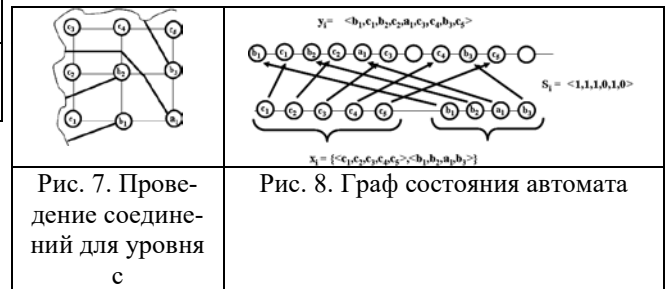


Рис. 7. Проведение соединений для уровня c

Рис. 8. Граф состояния автомата

В автомате AA_c имеется четыре элемента множества входных сигналов

$$\begin{aligned}
 x_1 &= \{ \langle c_1, c_2, c_3, c_4, c_5 \rangle, \langle a_1, b_1, b_2, b_3 \rangle \}, \\
 x_2 &= \{ \langle c_1, c_2, c_3, c_4, c_5 \rangle, \langle b_1, a_1, b_2, b_3 \rangle \}, \\
 x_3 &= \{ \langle c_1, c_2, c_3, c_4, c_5 \rangle, \langle b_1, b_2, a_1, b_3 \rangle \}, \\
 x_4 &= \{ \langle c_1, c_2, c_3, c_4, c_5 \rangle, \langle a_1, b_1, b_2, b_3 \rangle \},
 \end{aligned}$$

состоящих из кортежа контактов уровня U_c ($\text{card}U_c = 5$) и следа соединения контакта a_1, b_1, b_2, b_3 нижнего уровня U_b ($\text{card}U_b = 4$). Состояние автомата определяется множеством S , состоящим из 15-ти характеристических векторов: $s_1 = (1,1,1,1,0,0)$, $s_4 = (0,1,1,1,1,0)$, $s_3 = (0,0,1,1,1,1)$, $s_4 = (1,1,1,0,1,0)$ и т.д. Мощность каждого вектора определяется как $\text{card}v_i = \text{card}U_c + 1$, т.е. мощность кортежа контактов текущего слоя плюс единица. Функция переходов δ паре состояния $s_4 = (1,1,1,0,1,0)$ и входному сигналу $x_3 = \{ \langle c_1, c_2, c_3, c_4, c_5 \rangle, \langle b_1, b_2, a_1, b_3 \rangle \}$ ставит в соответствие состояние AA в виде вектора $\delta = (b_1, c_1, b_2, c_2, a_1, c_3, 0, c_4, b_3, c_5, 0)$.

Однако в макродискрете $M_4 = \{ \langle b_2, a_1, c_4 \rangle, \langle c_4, b_3, c_5 \rangle, \langle c_5, b_3 \rangle, \langle b_3, a_1, b_2 \rangle \}$ осуществляется проведение двух соединений a_1 и b_3 . Для удовлетворения конструктивно-технологических условий для равномерной загрузки макродискретов

осуществляем сдвиг вправо на свободные места соединения a_1 и b_3 в функции перехода вектора (рис. 9):

$$\delta = (b_1, c_1, b_2, c_2, a_1, c_3, 0, c_4, b_3, c_5, 0) \rightarrow$$

$$\delta = (b_1, c_1, b_2, c_2, 0, c_3, a_1, c_4, 0, c_5, b_3),$$

тем самым меняя состояние автомата на $s_{13} = (1, 1, 0, 1, 0, 1)$.

$$y_{c3} \rightarrow \langle \uparrow c_1 \uparrow c_2 \uparrow c_3 \uparrow c_4 \uparrow c_5 \uparrow \rangle$$

$$b_1 \quad b_2 \quad 0 \quad a_1 \quad 0 \quad b_3 \rightarrow$$

$$\langle b_1, c_1, b_2, c_2, c_3, a_1, c_4, c_5, b_3 \rangle.$$

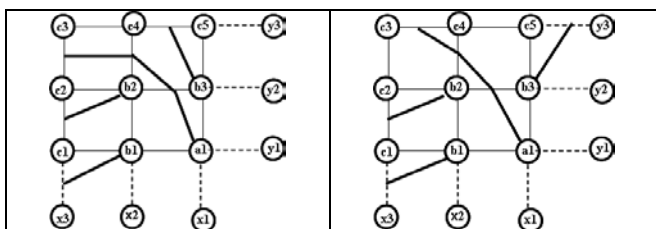


Рис. 9. Преобразование $y_{c3} =$

$$\langle b_1, c_1, b_2, c_2, a_1, c_3, c_4, b_3, c_5 \rangle \rightarrow \langle b_1, c_1, b_2, c_2, c_3, a_1, c_4, c_5, b_3 \rangle$$

Функция выходов $\lambda = (b_1, c_1, b_2, c_2, 0, c_3, a_1, c_4, 0, c_5, b_3)$ паре состояния $s_{13} = (1, 1, 0, 1, 0, 1)$ и входному сигналу $x_1 = \{ \langle c_1, c_2, c_3, c_4, c_5 \rangle, \langle b_1, b_2, a_1, b_3 \rangle \}$ ставит в соответствие один из элементов множества выходных сигналов Y , а именно $y_3 = \langle b_1, c_1, b_2, c_2, c_3, a_1, c_4, c_5, b_3 \rangle$. Но тогда и конечное состояние определится как $s_{13} = (1, 1, 0, 1, 0, 1)$.

Рассмотрим кортеж $y_{c4} = \langle b_1, c_1, b_2, c_2, b_3, c_3, c_4, a_1, c_5 \rangle$. В макродискрете $M_4 = \{ \langle b_2, b_3, c_4 \rangle, \langle c_4, a_1, c_5 \rangle, \langle c_5, b_3 \rangle, \langle b_3, c_4, c_3, a_1, c_2, b_2 \rangle \}$ осуществляется проведение двух соединений a_1 и b_3 . Для удовлетворения конструктивно-технологических условий выполняем сдвиг вправо соединения a_1 и получаем новый кортеж (рис.10):

$$y_{c4} = \langle b_1, c_1, b_2, c_2, b_3, c_3, c_4, a_1, c_5 \rangle$$

$$y_{c4} \rightarrow \langle \uparrow c_1 \uparrow c_2 \uparrow c_3 \uparrow c_4 \uparrow c_5 \uparrow \rangle$$

$$b_1 \quad b_2 \quad b_3 \quad 0 \quad a_1 \quad 0 \rightarrow$$

$$\langle b_1, c_1, b_2, c_2, b_3, c_3, c_4, a_1, c_5 \rangle \rightarrow$$

$$\rightarrow \langle \uparrow c_1 \uparrow c_2 \uparrow c_3 \uparrow c_4 \uparrow c_5 \uparrow \rangle$$

$$b_1 \quad b_2 \quad b_3 \quad 0 \quad 0 \quad a_1 \rightarrow$$

$$\langle b_1, c_1, b_2, c_2, b_3, c_3, c_4, a_1, c_5, b_3 \rangle$$

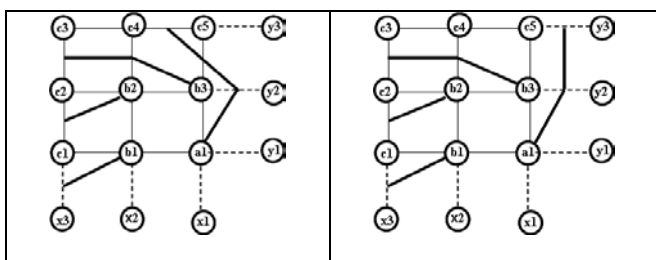


Рис. 10. $y_{c4} =$

$$\langle b_1, c_1, b_2, c_2, b_3, c_3, c_4, a_1, c_5 \rangle \rightarrow \langle b_1, c_1, b_2, c_2, b_3, c_3, c_4, a_1, c_5, b_3 \rangle$$

Таким образом, формируется множество кортежей для уровня s :

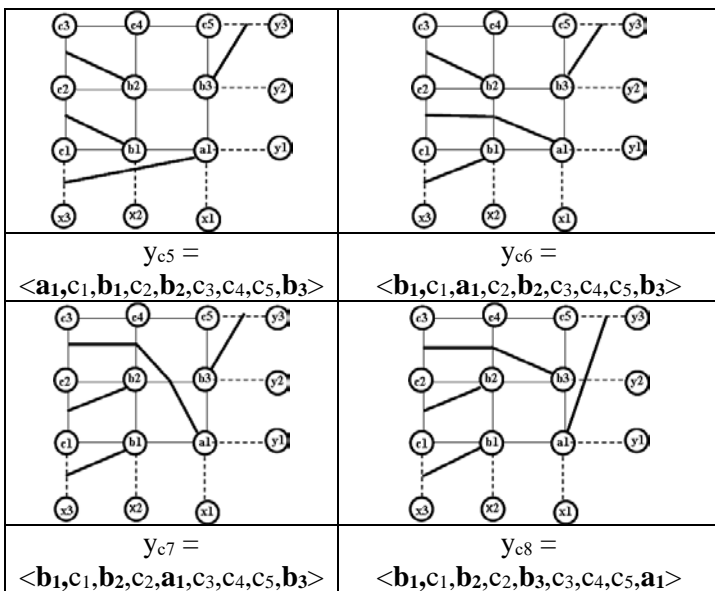


Рис. 11. Кортежи с характеристическим вектором $s_{c5} = (1, 1, 1, 0, 0, 1)$

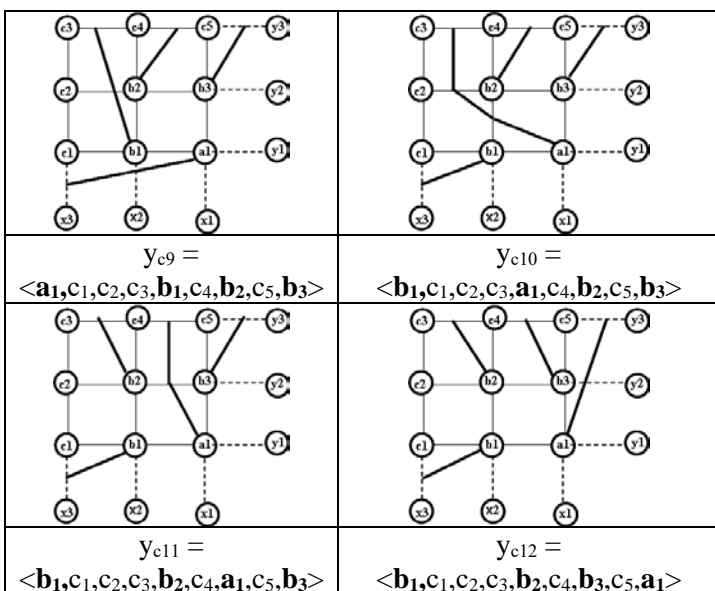


Рис. 12. Кортежи с характеристическим вектором $s_{c8} = (1, 0, 0, 1, 1, 1)$

На уровне $U_d = \langle \uparrow d_1 \uparrow d_2 \uparrow d_3 \uparrow d_4 \uparrow d_5 \uparrow d_6 \uparrow d_7 \uparrow \rangle$ имеется восемь возможных способов расположения следов соединений предыдущего уровня. Стрелками указано возможное место расположения следов предыдущего уровня. Одновременно могут быть задействованы только девять следов соединений из предыдущего уровня. Для равномерного распределения всех соединений, возникает необходимость прокладки двух соединений в одном макродискрете. Рассмотрим эти возможности, перечислив все характеристические векторы S_d :

$S_{d1} = (2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1);$	$S_{d2} = (1, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1);$
$S_{d3} = (1, 1, 2, 1, 1, 1, 1, 1);$	$S_{d4} = (1, 1, 1, 2, 1, 1, 1, 1);$
$S_{d5} = (1, 1, 1, 1, 2, 1, 1, 1);$	$S_{d6} = (1, 1, 1, 1, 1, 2, 1, 1);$
$S_{d7} = (1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 1);$	$S_{d8} = (1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2);$

Из рассмотрения следует исключить векторы s_{d4} и s_{d5} , как заведомо не отвечающие требованию равномерной загрузки соединений в макродискретах, так как количество соединений в диагональном макродискрете больше двух.

Предположим, что для уровня $U_d \rightarrow \langle \uparrow d_1 \uparrow d_2 \uparrow d_3 \uparrow d_4 \uparrow d_5 \uparrow d_6 \uparrow d_7 \rangle$ вектором V_{d1} с участием предыдущего кортежа уровня U_c $u_{c17} = \langle c_1, a_1, c_2, c_3, b_1, c_4, b_2, c_5, b_3 \rangle$ формируется новый кортеж

$$u_{d1} \rightarrow \langle \uparrow d_1 \uparrow d_2 \uparrow d_3 \uparrow d_4 \uparrow d_5 \uparrow d_6 \uparrow d_7 \rangle \\ c_1, a_1, c_2, c_3, b_1, c_4, b_2, c_5, b_3 \rightarrow \\ \langle c_1, a_1, d_1, c_2, d_2, c_3, d_3, b_1, d_4, c_4, d_5, b_2, d_6, c_5, d_7, b_3 \rangle.$$

Здесь распределение соединений по макродискретам имеет вид (рис. 13):

- $M_1 = \{ \langle b_1, b_2 \rangle, \langle b_2, b_3 \rangle, \langle b_3, a_1 \rangle, \langle a_1, b_1 \rangle \};$
- $M_2 = \{ \langle c_1, a_1, c_2 \rangle, \langle c_2, b_1, b_2 \rangle, \langle b_2, b_1 \rangle, \langle b_1, a_1, c_1 \rangle \};$
- $M_3 = \{ \langle c_2, c_3 \rangle, \langle c_3, b_1, c_4 \rangle, \langle c_4, b_2 \rangle, \langle b_2, b_1, c_2 \rangle \};$
- $M_4 = \{ \langle b_2, c_4 \rangle, \langle c_4, b_2, c_5 \rangle, \langle c_5, b_3 \rangle, \langle b_3, b_2 \rangle \};$
- $M_5 = \{ \langle d_1, c_2, d_2 \rangle, \langle d_2, c_2 \rangle, \langle c_2, a_1, c_1 \rangle, \langle c_1, a_1, d_1 \rangle \};$
- $M_6 = \{ \langle d_2, c_3, d_3 \rangle, \langle d_3, c_3 \rangle, \langle c_3, c_2 \rangle, \langle c_2, d_2 \rangle \};$
- $M_7 = \{ \langle d_3, b_1, d_4 \rangle, \langle d_4, c_4, d_5 \rangle, \langle d_5, c_4, b_1, c_3 \rangle, \langle c_3, d_3 \rangle \};$
- $M_8 = \{ \langle c_3, b_1, c_4, d_5 \rangle, \langle d_5, b_2, d_6 \rangle, \langle d_6, b_2, c_4 \rangle, \langle c_4, b_1, c_3 \rangle \};$
- $M_9 = \{ \langle c_4, b_2, d_6 \rangle, \langle d_6, c_5, d_7 \rangle, \langle d_7, c_5 \rangle, \langle c_5, b_2, c_4 \rangle \}.$

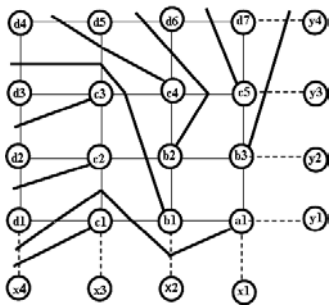


Рис. 13. Кортеж $u_{d1} = \langle c_1, a_1, d_1, c_2, d_2, c_3, d_3, b_1, d_4, c_4, d_5, b_2, d_6, c_5, d_7, b_3 \rangle$

В макродискрете M_8 проведены три соединения. Для получения кортежа с более равномерным распределением соединений по макродискретам следует осуществить сдвиг соединений, начиная с a_1 до c_5 вправо:

$$u_{d1} = \langle c_1, a_1, d_1, c_2, d_2, c_3, d_3, b_1, d_4, c_4, d_5, b_2, d_6, c_5, d_7, b_3 \rangle \rightarrow \langle c_1, d_1, a_1, d_2, c_2, d_3, c_3, d_4, b_1, d_5, c_4, d_6, b_2, c_5, d_7, b_3 \rangle$$

(рис. 15).

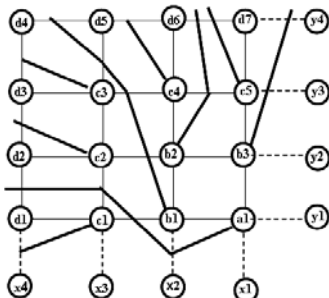


Рис. 14. Кортеж $u_{d1} = \langle c_1, d_1, a_1, d_2, c_2, d_3, c_3, d_4, b_1, d_5, c_4, d_6, b_2, c_5, d_7, b_3 \rangle$

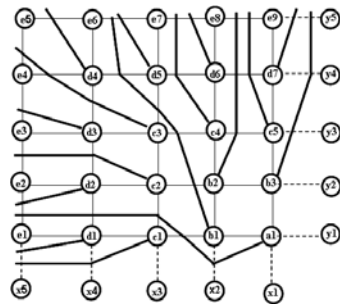


Рис. 15. Кортеж $u_{e1} = \langle c_1, d_1, e_1, a_1, d_2, e_2, c_2, e_3, d_3, e_4, c_3, e_5, d_4, e_6, b_1, d_5, e_7, c_4, d_6, e_8, b_2, c_5, e_9, d_7, b_3 \rangle$

Для уровня $U_e \rightarrow \langle \uparrow e_1 \uparrow e_2 \uparrow e_3 \uparrow e_4 \uparrow e_5 \uparrow e_6 \uparrow e_7 \uparrow e_8 \uparrow e_9 \rangle$ вектором $s_{e1} = (2, 2, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2)$ с участием предыдущего кортежа $u_{d1} = \langle c_1, d_1, a_1, d_2, c_2, d_3, c_3, d_4, b_1, d_5, c_4, d_6, b_2, c_5, d_7, b_3 \rangle$ уровня U_d формируем новый кортеж

$$u_{e1} \rightarrow \langle \uparrow e_1 \uparrow e_2 \uparrow e_3 \uparrow e_4 \uparrow e_5 \uparrow e_6 \uparrow e_7 \uparrow e_8 \uparrow e_9 \rangle \\ c_1, d_1, a_1, d_2, c_2, d_3, c_3, d_4, b_1, d_5, c_4, d_6, b_2, c_5, d_7, b_3 \rightarrow \\ \langle c_1, d_1, e_1, a_1, d_2, e_2, c_2, e_3, d_3, e_4, c_3, e_5, d_4, e_6, b_1, d_5, e_7, c_4, d_6, e_8, b_2, c_5, e_9, d_7, b_3 \rangle.$$

Здесь распределение соединений по макродискретам имеет вид (рис. 16).

- $M_1 = \{ \langle b_1, b_2 \rangle, \langle b_2, b_3 \rangle, \langle b_3, a_1 \rangle, \langle a_1, b_1 \rangle \};$
- $M_2 = \{ \langle c_1, a_1, c_2 \rangle, \langle c_2, b_1, b_2 \rangle, \langle b_2, b_1 \rangle, \langle b_1, a_1, c_1 \rangle \};$
- $M_3 = \{ \langle c_2, c_3 \rangle, \langle c_3, b_1, c_4 \rangle, \langle c_4, b_2 \rangle, \langle b_2, b_1, c_2 \rangle \};$
- $M_4 = \{ \langle b_2, c_4 \rangle, \langle c_4, b_2, c_5 \rangle, \langle c_5, b_3 \rangle, \langle b_3, b_2 \rangle \};$
- $M_5 = \{ \langle d_1, a_1, d_2 \rangle, \langle d_2, c_2 \rangle, \langle c_2, a_1, c_1 \rangle, \langle c_1, d_1 \rangle \};$
- $M_6 = \{ \langle d_2, c_2, d_3 \rangle, \langle d_3, c_3 \rangle, \langle c_3, c_2 \rangle, \langle c_2, d_2 \rangle \};$
- $M_7 = \{ \langle d_3, c_3, d_4 \rangle, \langle d_4, b_1, d_5 \rangle, \langle d_5, b_1, c_3 \rangle, \langle c_3, d_3 \rangle \};$
- $M_8 = \{ \langle c_3, b_1, d_5 \rangle, \langle d_5, c_4, d_6 \rangle, \langle d_6, c_4 \rangle, \langle c_4, b_1, c_3 \rangle \};$
- $M_9 = \{ \langle c_4, d_6 \rangle, \langle d_6, b_2, c_5, d_7 \rangle, \langle d_7, c_5 \rangle, \langle c_5, b_2, c_4 \rangle \};$
- $M_{10} = \{ \langle e_1, a_1, d_2, e_2 \rangle, \langle e_2, d_2 \rangle, \langle d_2, a_1, d_1 \rangle, \langle d_1, e_1 \rangle \};$
- $M_{11} = \{ \langle e_2, c_2, e_3 \rangle, \langle e_3, d_3 \rangle, \langle d_3, c_2, d_2 \rangle, \langle d_2, e_2 \rangle \};$
- $M_{12} = \{ \langle e_3, d_3, e_4 \rangle, \langle e_4, c_3, d_4 \rangle, \langle d_4, c_3, d_3 \rangle, \langle d_3, e_3 \rangle \};$
- $M_{13} = \{ \langle e_4, c_3, e_5 \rangle, \langle e_5, d_4, e_6 \rangle, \langle e_6, d_4 \rangle, \langle d_4, c_3, e_4 \rangle \};$
- $M_{14} = \{ \langle d_4, e_6 \rangle, \langle e_6, b_1, d_5, e_7 \rangle, \langle e_7, d_5 \rangle, \langle d_5, b_1, d_4 \rangle \};$
- $M_{15} = \{ \langle d_5, e_7 \rangle, \langle e_7, c_4, d_6, e_8 \rangle, \langle e_8, d_6 \rangle, \langle d_6, c_4, d_5 \rangle \};$
- $M_{16} = \{ \langle d_6, e_8 \rangle, \langle e_8, b_2, c_5, e_9 \rangle, \langle e_9, d_7 \rangle, \langle d_7, c_5, b_2, d_6 \rangle \}.$

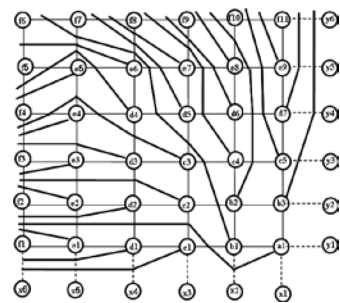


Рис. 16. Кортеж $u_{f1} = \langle c_1, d_1, f_1, e_1, a_1, d_2, f_2, e_2, c_2, e_3, f_3, d_3, e_4, c_3, f_4, e_5, d_4, f_5, e_6, f_6, b_1, f_7, d_5, e_7, f_8, c_4, d_6, f_9, e_8, b_2, f_{10}, c_5, e_9, f_{11}, d_7, b_3 \rangle$

Рассмотрим распределение соединений по макро- дискретам для данного кортежа y_{f1} (рис. 17):

- $M_1 = \{ \langle b_1, b_2 \rangle, \langle b_2, b_3 \rangle, \langle b_3, a_1 \rangle, \langle a_1, b_1 \rangle \};$
- $M_2 = \{ \langle c_1, a_1, c_2 \rangle, \langle c_2, b_1, b_2 \rangle, \langle b_2, b_1 \rangle, \langle b_1, a_1, c_1 \rangle \};$
- $M_3 = \{ \langle c_2, c_3 \rangle, \langle c_3, b_1, c_4 \rangle, \langle c_4, b_2 \rangle, \langle b_2, b_1, c_2 \rangle \};$
- $M_4 = \{ \langle b_2, c_4 \rangle, \langle c_4, b_2, c_5 \rangle, \langle c_5, b_3 \rangle, \langle b_3, b_2 \rangle \};$
- $M_5 = \{ \langle d_1, a_1, d_2 \rangle, \langle d_2, c_2 \rangle, \langle c_2, a_1, c_1 \rangle, \langle c_1, d_1 \rangle \};$
- $M_6 = \{ \langle d_2, c_2, d_3 \rangle, \langle d_3, c_3 \rangle, \langle c_3, c_2 \rangle, \langle c_2, d_2 \rangle \};$
- $M_7 = \{ \langle d_3, c_3, d_4 \rangle, \langle d_4, b_1, d_5 \rangle, \langle d_5, b_1, c_3 \rangle, \langle c_3, d_3 \rangle \};$
- $M_8 = \{ \langle c_3, b_1, d_5 \rangle, \langle d_5, c_4, d_6 \rangle, \langle d_6, c_4 \rangle, \langle c_4, b_1, c_3 \rangle \};$
- $M_9 = \{ \langle c_4, d_6 \rangle, \langle d_6, b_2, c_5, d_7 \rangle, \langle d_7, c_5 \rangle, \langle c_5, b_2, c_4 \rangle \};$
- $M_{10} = \{ \langle e_1, a_1, d_2, e_2 \rangle, \langle e_2, d_2 \rangle, \langle d_2, a_1, d_1 \rangle, \langle d_1, e_1 \rangle \};$
- $M_{11} = \{ \langle e_2, c_2, e_3 \rangle, \langle e_3, d_3 \rangle, \langle d_3, c_2, d_2 \rangle, \langle d_2, e_2 \rangle \};$
- $M_{12} = \{ \langle e_3, d_3, e_4 \rangle, \langle e_4, c_3, d_4 \rangle, \langle d_4, c_3, d_3 \rangle, \langle d_3, e_3 \rangle \};$
- $M_{13} = \{ \langle e_4, c_3, e_5 \rangle, \langle e_5, d_4, e_6 \rangle, \langle e_6, d_4 \rangle, \langle d_4, c_3, e_4 \rangle \};$
- $M_{14} = \{ \langle d_4, e_6 \rangle, \langle e_6, b_1, d_5, e_7 \rangle, \langle e_7, d_5 \rangle, \langle d_5, b_1, d_4 \rangle \};$
- $M_{15} = \{ \langle d_5, e_7 \rangle, \langle e_7, c_4, d_6, e_8 \rangle, \langle e_8, d_6 \rangle, \langle d_6, c_4, d_5 \rangle \};$
- $M_{16} = \{ \langle d_6, e_8 \rangle, \langle e_8, b_2, c_5, e_9 \rangle, \langle e_9, d_7 \rangle, \langle d_7, c_5, b_2, d_6 \rangle \};$
- $M_{17} = \{ \langle f_1, e_1, a_1, d_2, f_2 \rangle, \langle f_2, e_2 \rangle, \langle e_2, d_2, a_1, e_1 \rangle, \langle e_1, f_1 \rangle \};$
- $M_{18} = \{ \langle f_2, e_2, c_2, e_3, f_3 \rangle, \langle f_3, e_3 \rangle, \langle e_3, c_2, e_2 \rangle, \langle e_2, f_2 \rangle \};$
- $M_{19} = \{ \langle f_3, d_3, e_4, c_3, f_4 \rangle, \langle f_4, c_3, e_4 \rangle, \langle e_4, d_3, e_3 \rangle, \langle e_3, f_3 \rangle \};$
- $M_{20} = \{ \langle f_4, e_5, d_4, f_5 \rangle, \langle f_5, d_4, e_5 \rangle, \langle e_5, c_3, e_4 \rangle, \langle e_4, c_3, f_4 \rangle \};$
- $M_{21} = \{ \langle f_5, e_6, f_6 \rangle, \langle f_6, b_1, f_7 \rangle, \langle f_7, b_1, e_6, d_4, c_5 \rangle, \langle e_5, d_4, f_5 \rangle \};$
- $M_{22} = \{ \langle e_5, d_4, e_6, b_1, f_7 \rangle, \langle f_7, d_5, e_7, f_8 \rangle, \langle f_8, e_7, d_5, b_1, e_6 \rangle, \langle e_6, d_4, e_5 \rangle \};$
- $M_{23} = \{ \langle e_6, b_1, d_5, e_7, f_8 \rangle, \langle f_8, c_4, d_6, f_9 \rangle, \langle f_9, d_6, c_4, e_7 \rangle, \langle e_7, d_5, b_1, e_6 \rangle \};$
- $M_{24} = \{ \langle e_7, c_4, d_6, f_9 \rangle, \langle f_9, e_8, b_2, f_{10} \rangle, \langle f_{10}, b_2, e_8 \rangle, \langle e_8, d_6, c_4, e_7 \rangle \};$
- $M_{25} = \{ \langle e_8, b_2, f_{10} \rangle, \langle f_{10}, c_5, e_9, f_{11} \rangle, \langle f_{11}, e_9 \rangle, \langle e_9, c_5, b_2, e_8 \rangle \};$

Из распределения соединений по макро- дискретам следует, что по макро- дискретам M_{21} (d_4, e_6, b_1, d_5, e_7) и M_{22} (b_1, d_5, e_7, c_4, d_6) проходит 5 соединений. По макро- дискрету M_{23} проходит четыре соединения (c_4, d_6, e_8, b_2). Попробуем распределить соединения более равномерно. С этой целью (см. рис. 17) осуществим перестановку пар соединений (c_3, e_4) и (e_5, d_4). Получим другой кортеж y_{f1} .

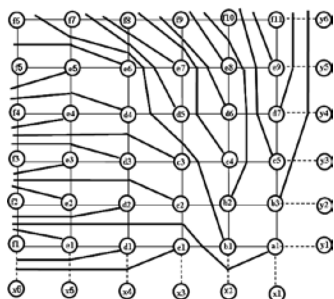


Рис. 17. Новый кортеж

$$y_{f1} =$$

- $\langle c_1, d_1, f_1, e_1, a_1, d_2, f_2, e_2, c_2, e_3, f_3, d_3, c_3, e_4, f_4, d_4, e_5, f_5, b_1, f_6, d_5, e_7, f_8, c_4, d_6, f_9, e_8, b_2, f_{10}, c_5, e_9, f_{11}, d_7, b_3 \rangle$

Распределение соединений по макро- дискретам имеет другой вид:

- $M_1 = \{ \langle b_1, b_2 \rangle, \langle b_2, b_3 \rangle, \langle b_3, a_1 \rangle, \langle a_1, b_1 \rangle \};$
- $M_2 = \{ \langle c_1, a_1, c_2 \rangle, \langle c_2, b_1, b_2 \rangle, \langle b_2, b_1 \rangle, \langle b_1, a_1, c_1 \rangle \};$
- $M_3 = \{ \langle c_2, c_3 \rangle, \langle c_3, b_1, c_4 \rangle, \langle c_4, b_2 \rangle, \langle b_2, b_1, c_2 \rangle \};$
- $M_4 = \{ \langle b_2, c_4 \rangle, \langle c_4, b_2, c_5 \rangle, \langle c_5, b_3 \rangle, \langle b_3, b_2 \rangle \};$
- $M_5 = \{ \langle d_1, a_1, d_2 \rangle, \langle d_2, c_2 \rangle, \langle c_2, a_1, c_1 \rangle, \langle c_1, d_1 \rangle \};$
- $M_6 = \{ \langle d_2, c_2, d_3 \rangle, \langle d_3, c_3 \rangle, \langle c_3, c_2 \rangle, \langle c_2, d_2 \rangle \};$
- $M_7 = \{ \langle d_3, c_3, d_4 \rangle, \langle d_4, b_1, d_5 \rangle, \langle d_5, b_1, c_3 \rangle, \langle c_3, d_3 \rangle \};$
- $M_8 = \{ \langle c_3, b_1, d_5 \rangle, \langle d_5, c_4, d_6 \rangle, \langle d_6, c_4 \rangle, \langle c_4, b_1, c_3 \rangle \};$
- $M_9 = \{ \langle c_4, d_6 \rangle, \langle d_6, b_2, c_5, d_7 \rangle, \langle d_7, c_5 \rangle, \langle c_5, b_2, c_4 \rangle \};$
- $M_{10} = \{ \langle e_1, a_1, d_2, e_2 \rangle, \langle e_2, d_2 \rangle, \langle d_2, a_1, d_1 \rangle, \langle d_1, e_1 \rangle \};$
- $M_{11} = \{ \langle e_2, c_2, e_3 \rangle, \langle e_3, d_3 \rangle, \langle d_3, c_2, d_2 \rangle, \langle d_2, e_2 \rangle \};$
- $M_{12} = \{ \langle e_3, d_3, e_4 \rangle, \langle e_4, d_4 \rangle, \langle d_4, c_3, d_3 \rangle, \langle d_3, e_3 \rangle \};$
- $M_{13} = \{ \langle e_4, d_4, e_5 \rangle, \langle e_5, e_6 \rangle, \langle e_6, d_4 \rangle, \langle d_4, e_4 \rangle \};$
- $M_{14} = \{ \langle d_4, e_6 \rangle, \langle e_6, b_1, d_5, e_7 \rangle, \langle e_7, d_5 \rangle, \langle d_5, b_1, d_4 \rangle \};$
- $M_{15} = \{ \langle d_5, e_7 \rangle, \langle e_7, c_4, d_6, e_8 \rangle, \langle e_8, d_6 \rangle, \langle d_6, c_4, d_5 \rangle \};$
- $M_{16} = \{ \langle d_6, e_8 \rangle, \langle e_8, b_2, c_5, e_9 \rangle, \langle e_9, d_7 \rangle, \langle d_7, c_5, b_2, d_6 \rangle \};$
- $M_{17} = \{ \langle f_1, e_1, a_1, d_2, f_2 \rangle, \langle f_2, e_2 \rangle, \langle e_2, d_2, a_1, e_1 \rangle, \langle e_1, f_1 \rangle \};$
- $M_{18} = \{ \langle f_2, e_2, c_2, e_3, f_3 \rangle, \langle f_3, e_3 \rangle, \langle e_3, c_2, e_2 \rangle, \langle e_2, f_2 \rangle \};$
- $M_{19} = \{ \langle f_3, d_3, c_3, e_4, f_4 \rangle, \langle f_4, e_4 \rangle, \langle e_4, c_3, d_3, e_3 \rangle, \langle e_3, f_3 \rangle \};$
- $M_{20} = \{ \langle f_4, d_4, e_5, f_5 \rangle, \langle f_5, e_5 \rangle, \langle e_5, d_4, e_4 \rangle, \langle e_4, f_4 \rangle \};$
- $M_{21} = \{ \langle f_5, e_6, f_6 \rangle, \langle f_6, b_1, f_7 \rangle, \langle f_7, b_1, e_6, d_4, c_5 \rangle, \langle e_5, f_5 \rangle \};$
- $M_{22} = \{ \langle e_5, e_6, b_1, f_7 \rangle, \langle f_7, d_5, e_7, f_8 \rangle, \langle f_8, e_7, d_5, b_1, e_6 \rangle, \langle e_6, d_4, e_5 \rangle \};$
- $M_{23} = \{ \langle e_6, b_1, d_5, e_7, f_8 \rangle, \langle f_8, c_4, d_6, f_9 \rangle, \langle f_9, d_6, c_4, e_7 \rangle, \langle e_7, d_5, b_1, e_6 \rangle \};$
- $M_{24} = \{ \langle e_7, c_4, d_6, f_9 \rangle, \langle f_9, e_8, b_2, f_{10} \rangle, \langle f_{10}, b_2, e_8 \rangle, \langle e_8, d_6, c_4, e_7 \rangle \};$
- $M_{25} = \{ \langle e_8, b_2, f_{10} \rangle, \langle f_{10}, c_5, e_9, f_{11} \rangle, \langle f_{11}, e_9 \rangle, \langle e_9, c_5, b_2, e_8 \rangle \};$

Но все равно в макро- дискретам M_{22}, M_{23} и M_{24} имеется по 4 соединения. Попробуем поменять местами пару соединений (b_1, e_6), получим новый кортеж (рис. 18):

$$y_{f1} =$$

- $\langle c_1, d_1, f_1, e_1, a_1, d_2, f_2, e_2, c_2, e_3, f_3, d_3, c_3, e_4, f_4, d_4, e_5, f_5, b_1, f_6, e_6, f_7, d_5, e_7, f_8, c_4, d_6, f_9, e_8, b_2, f_{10}, c_5, e_9, f_{11}, d_7, b_3 \rangle$

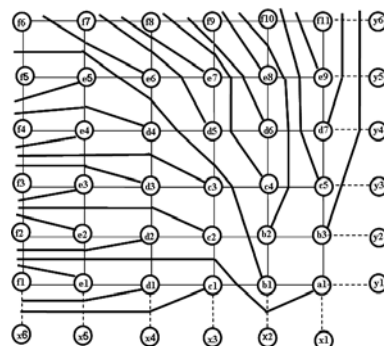


Рис. 18. Новый кортеж

$$y_{f1} =$$

- $\langle c_1, d_1, f_1, e_1, a_1, d_2, f_2, e_2, c_2, e_3, f_3, d_3, c_3, e_4, f_4, d_4, e_5, f_5, b_1, f_6, e_6, f_7, d_5, e_7, f_8, c_4, d_6, f_9, e_8, b_2, f_{10}, c_5, e_9, f_{11}, d_7, b_3 \rangle$

Распределение соединений по макродискретам имеет вид:

- $M_1 = \{ \langle b_1, b_2 \rangle, \langle b_2, b_3 \rangle, \langle b_3, a_1 \rangle, \langle a_1, b_1 \rangle \};$
- $M_2 = \{ \langle c_1, a_1, c_2 \rangle, \langle c_2, b_1, b_2 \rangle, \langle b_2, b_1 \rangle, \langle b_1, a_1, c_1 \rangle \};$
- $M_3 = \{ \langle c_2, c_3 \rangle, \langle c_3, b_1, c_4 \rangle, \langle c_4, b_2 \rangle, \langle b_2, b_1, c_2 \rangle \};$
- $M_4 = \{ \langle b_2, c_4 \rangle, \langle c_4, b_2, c_5 \rangle, \langle c_5, b_3 \rangle, \langle b_3, b_2 \rangle \};$
- $M_5 = \{ \langle d_1, a_1, d_2 \rangle, \langle d_2, c_2 \rangle, \langle c_2, a_1, c_1 \rangle, \langle c_1, d_1 \rangle \};$
- $M_6 = \{ \langle d_2, c_2, d_3 \rangle, \langle d_3, c_3 \rangle, \langle c_3, c_2 \rangle, \langle c_2, d_2 \rangle \};$
- $M_7 = \{ \langle d_3, c_3, d_4 \rangle, \langle d_4, b_1, d_5 \rangle, \langle d_5, b_1, c_3 \rangle, \langle c_3, d_3 \rangle \};$
- $M_8 = \{ \langle c_3, b_1, d_5 \rangle, \langle d_5, c_4, d_6 \rangle, \langle d_6, c_4 \rangle, \langle c_4, b_1, c_3 \rangle \};$
- $M_9 = \{ \langle c_4, d_6 \rangle, \langle d_6, b_2, c_5, d_7 \rangle, \langle d_7, c_5 \rangle, \langle c_5, b_2, c_4 \rangle \};$
- $M_{10} = \{ \langle e_1, a_1, d_2, e_2 \rangle, \langle e_2, d_2 \rangle, \langle d_2, a_1, d_1 \rangle, \langle d_1, e_1 \rangle \};$
- $M_{11} = \{ \langle e_2, c_2, e_3 \rangle, \langle e_3, d_3 \rangle, \langle d_3, c_2, d_2 \rangle, \langle d_2, e_2 \rangle \};$
- $M_{12} = \{ \langle e_3, d_3, c_3, e_4 \rangle, \langle e_4, d_4 \rangle, \langle d_4, c_3, d_3 \rangle, \langle d_3, e_3 \rangle \};$
- $M_{13} = \{ \langle e_4, d_4, e_5 \rangle, \langle e_5, b_1, e_6 \rangle, \langle e_6, b_1, d_4 \rangle, \langle d_4, e_4 \rangle \};$
- $M_{14} = \{ \langle d_4, b_1, e_6 \rangle, \langle e_6, d_5, e_7 \rangle, \langle e_7, d_5 \rangle, \langle d_5, b_1, d_4 \rangle \};$
- $M_{15} = \{ \langle d_5, e_7 \rangle, \langle e_7, c_4, d_6, e_8 \rangle, \langle e_8, d_6 \rangle, \langle d_6, c_4, d_5 \rangle \};$
- $M_{16} = \{ \langle d_6, e_8 \rangle, \langle e_8, b_2, c_5, e_9 \rangle, \langle e_9, d_7 \rangle, \langle d_7, c_5, b_2, d_6 \rangle \};$
- $M_{17} = \{ \langle f_1, e_1, a_1, d_2, f_2 \rangle, \langle f_2, e_2 \rangle, \langle e_2, d_2, a_1, e_1 \rangle, \langle e_1, f_1 \rangle \};$
- $M_{18} = \{ \langle f_2, e_2, c_2, e_3, f_3 \rangle, \langle f_3, e_3 \rangle, \langle e_3, c_2, e_2 \rangle, \langle e_2, f_2 \rangle \};$
- $M_{19} = \{ \langle f_3, d_3, c_3, e_4, f_4 \rangle, \langle f_4, e_4 \rangle, \langle e_4, c_3, d_3, e_3 \rangle, \langle e_3, f_3 \rangle \};$
- $M_{20} = \{ \langle f_4, d_4, e_5, f_5 \rangle, \langle f_5, e_5 \rangle, \langle e_5, d_4, e_4 \rangle, \langle e_4, f_4 \rangle \};$
- $M_{21} = \{ \langle f_5, b_1, f_6 \rangle, \langle f_6, e_6, f_7 \rangle, \langle f_7, e_6, b_1, e_5 \rangle, \langle e_5, f_5 \rangle \};$
- $M_{22} = \{ \langle e_5, b_1, e_6, f_7 \rangle, \langle f_7, d_5, e_7, f_8 \rangle, \langle f_8, e_7, d_5, e_6 \rangle, \langle e_6, b_1, e_5 \rangle \};$
- $M_{23} = \{ \langle e_6, d_5, e_7, f_8 \rangle, \langle f_8, c_4, d_6, f_9 \rangle, \langle f_9, d_6, c_4, e_7 \rangle, \langle e_7, d_5, e_6 \rangle \};$
- $M_{24} = \{ \langle e_7, c_4, d_6, f_9 \rangle, \langle f_9, e_8, b_2, f_{10} \rangle, \langle f_{10}, b_2, e_8 \rangle, \langle e_8, d_6, c_4, e_7 \rangle \};$
- $M_{25} = \{ \langle e_8, b_2, f_{10} \rangle, \langle f_{10}, c_5, e_9, f_{11} \rangle, \langle f_{11}, e_9 \rangle, \langle e_9, c_5, b_2, e_8 \rangle \};$

Но теперь можно поменять местами пару соединений (b_1, e_5) и сдвинуть вправо соединения e_7, c_4, d_6, e_8, b_2 распределив их равномерно по макродискретам. В результате получим следующий кортеж (рис. 19):

$u_{f1} = \langle c_1, d_1, f_1, e_1, a_1, d_2, f_2, e_2, c_2, e_3, f_3, d_3, c_3, e_4, f_4, d_4, e_5, f_5, b_1, f_6, e_6, f_7, d_5, e_7, f_8, c_4, d_6, f_9, e_8, b_2, f_{10}, c_5, e_9, f_{11}, d_7, b_3 \rangle.$

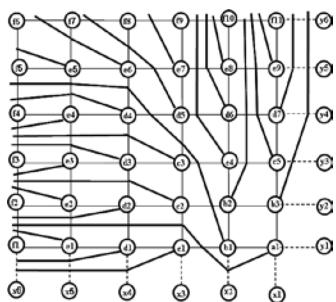


Рис. 19. Новый кортеж

$u_{f1} =$

$\langle c_1, d_1, f_1, e_1, a_1, d_2, f_2, e_2, c_2, e_3, f_3, d_3, c_3, e_4, f_4, d_4, e_5, f_5, b_1, f_6, e_6, f_7, d_5, e_7, f_8, c_4, d_6, f_9, e_8, b_2, f_{10}, c_5, e_9, f_{11}, d_7, b_3 \rangle$

Распределение соединений по макродискретам имеет вид:

- $M_1 = \{ \langle b_1, b_2 \rangle, \langle b_2, b_3 \rangle, \langle b_3, a_1 \rangle, \langle a_1, b_1 \rangle \};$
- $M_2 = \{ \langle c_1, a_1, c_2 \rangle, \langle c_2, b_1, b_2 \rangle, \langle b_2, b_1 \rangle, \langle b_1, a_1, c_1 \rangle \};$
- $M_3 = \{ \langle c_2, c_3 \rangle, \langle c_3, b_1, c_4 \rangle, \langle c_4, b_2 \rangle, \langle b_2, b_1, c_2 \rangle \};$
- $M_4 = \{ \langle b_2, c_4 \rangle, \langle c_4, b_2, c_5 \rangle, \langle c_5, b_3 \rangle, \langle b_3, b_2 \rangle \};$
- $M_5 = \{ \langle d_1, a_1, d_2 \rangle, \langle d_2, c_2 \rangle, \langle c_2, a_1, c_1 \rangle, \langle c_1, d_1 \rangle \};$
- $M_6 = \{ \langle d_2, c_2, d_3 \rangle, \langle d_3, c_3 \rangle, \langle c_3, c_2 \rangle, \langle c_2, d_2 \rangle \};$
- $M_7 = \{ \langle d_3, c_3, d_4 \rangle, \langle d_4, b_1, d_5 \rangle, \langle d_5, b_1, c_3 \rangle, \langle c_3, d_3 \rangle \};$
- $M_8 = \{ \langle c_3, b_1, d_5 \rangle, \langle d_5, c_4, d_6 \rangle, \langle d_6, c_4 \rangle, \langle c_4, b_1, c_3 \rangle \};$
- $M_9 = \{ \langle c_4, d_6 \rangle, \langle d_6, b_2, c_5, d_7 \rangle, \langle d_7, c_5 \rangle, \langle c_5, b_2, c_4 \rangle \};$
- $M_{10} = \{ \langle e_1, a_1, d_2, e_2 \rangle, \langle e_2, d_2 \rangle, \langle d_2, a_1, d_1 \rangle, \langle d_1, e_1 \rangle \};$
- $M_{11} = \{ \langle e_2, c_2, e_3 \rangle, \langle e_3, d_3 \rangle, \langle d_3, c_2, d_2 \rangle, \langle d_2, e_2 \rangle \};$
- $M_{12} = \{ \langle e_3, d_3, c_3, e_4 \rangle, \langle e_4, d_4 \rangle, \langle d_4, c_3, d_3 \rangle, \langle d_3, e_3 \rangle \};$
- $M_{13} = \{ \langle e_4, d_4, b_1, e_5 \rangle, \langle e_5, e_6 \rangle, \langle e_6, b_1, d_4 \rangle, \langle d_4, e_4 \rangle \};$
- $M_{14} = \{ \langle d_4, b_1, e_6 \rangle, \langle e_6, d_5, e_7 \rangle, \langle e_7, d_5 \rangle, \langle d_5, b_1, d_4 \rangle \};$
- $M_{15} = \{ \langle d_5, e_7 \rangle, \langle e_7, c_4, d_6, e_8 \rangle, \langle e_8, d_6 \rangle, \langle d_6, c_4, d_5 \rangle \};$
- $M_{16} = \{ \langle d_6, e_8 \rangle, \langle e_8, b_2, c_5, e_9 \rangle, \langle e_9, d_7 \rangle, \langle d_7, c_5, b_2, d_6 \rangle \};$
- $M_{17} = \{ \langle f_1, e_1, a_1, d_2, f_2 \rangle, \langle f_2, e_2 \rangle, \langle e_2, d_2, a_1, e_1 \rangle, \langle e_1, f_1 \rangle \};$
- $M_{18} = \{ \langle f_2, e_2, c_2, e_3, f_3 \rangle, \langle f_3, e_3 \rangle, \langle e_3, c_2, e_2 \rangle, \langle e_2, f_2 \rangle \};$
- $M_{19} = \{ \langle f_3, d_3, c_3, e_4, f_4 \rangle, \langle f_4, e_4 \rangle, \langle e_4, c_3, d_3, e_3 \rangle, \langle e_3, f_3 \rangle \};$
- $M_{20} = \{ \langle f_4, d_4, b_1, f_5 \rangle, \langle f_5, e_5 \rangle, \langle e_5, b_1, d_4, e_4 \rangle, \langle e_4, f_4 \rangle \};$
- $M_{21} = \{ \langle f_5, e_5, f_6 \rangle, \langle f_6, e_6, f_7 \rangle, \langle f_7, e_6, e_5 \rangle, \langle e_5, f_5 \rangle \};$
- $M_{22} = \{ \langle e_5, e_6, f_7 \rangle, \langle f_7, d_5, f_8 \rangle, \langle f_8, d_5, e_6 \rangle, \langle e_6, e_5 \rangle \};$
- $M_{23} = \{ \langle e_6, d_5, f_8 \rangle, \langle f_8, e_7, f_9 \rangle, \langle f_9, e_7 \rangle, \langle e_7, d_5, e_6 \rangle \};$
- $M_{24} = \{ \langle e_7, f_9 \rangle, \langle f_9, c_4, d_6, e_8, f_{10} \rangle, \langle f_{10}, e_8 \rangle, \langle e_8, d_6, c_4, e_7 \rangle \};$
- $M_{25} = \{ \langle e_8, f_{10} \rangle, \langle f_{10}, b_2, c_5, e_9, f_{11} \rangle, \langle f_{11}, e_9 \rangle, \langle e_9, c_5, b_2, e_8 \rangle \};$

Выводы

Предложенная математическая модель позволяет описать рисунок проведения соединений между контактами BGA компонент теоретико-множественными методами без конкретной прорисовки на плоскости. Данная модель позволяет хранить, описывать и видоизменять информацию общего рисунка соединений как в случае непересекающихся соединений, так и соединений с пересечением.

Литература: 1. Курапов С.В., Два подхода к проведению соединений в плоских конструктивах / Курапов С.В., Давидовский М.В. // Компоненты и технологии. 2015. №7. С. 142-147. 2. Курапов С. В. Методы построения топологического рисунка графа / Курапов С. В., Толоч А. В. // Автоматика и телемеханика. 2013. №9. С.78–97. 3. Charles P. BGA Breakouts and Routing. 2010. 170p. 4. Лузин С. САПР ТороR: трассировка печатных плат с BGA-компонентами / Лузин С., Полу-басов О. М.:СТА-ПРЕСС. Современная электроника. 2008. №7. С.44-48. 5. Кофман А. Введение в прикладную комбинаторику / А. Кофман. М.: Наука, ГРФМЛ, 1975. 480 с. 6. Свами М. Графы, сети и алгоритмы / М. Свами, К. Тхуласираман. М.: Мир, 1984. 455 с. 7. Комбинаторные алгоритмы, теория и практика / [Э. Рейнгольд, Ю. Нивергельт Н. Дер]. М.: Мир. 1980. 480 с.

Transliterated bibliography:

1. *Kurapov S.V.*, Dva podhoda k provedeniju soedinenij v ploskih konstruktivah / Kurapov S.V., Davidovskij M.V. // Komponenty i tehnologii. 2015. № 7. s. 142 - 147.
2. *Kurapov S. V.* Metody postroenija topologicheskogo risunka grafa / Kurapov S. V., Tolok A. V. // Avtomatika i telemekhanika. 2013. №9. С.78–97.
3. *CharlesPfeil* BGA Breakoutsand Routing / C. Pfeil, 2010. 170p.
4. *Luzin C.* SAPR TopoR: trassirovka pechatnyh plat s BGA-komponentami / Luzin C., Polubasov O. M.: STA-PRESS, Sovremennaja elektronika. 2008. №7. I.44-48.
5. *Kofman A.* Vvedenie v prikladnujukombinatoriku / A.Kofman. M.: Nauka, GRFML, 1975. 480 s.
6. *Svami M.* Grafy, seti i algoritmy / M. Svami, K. Thulasiraman. M.: Mir, 1984. 455 s.
7. *Kombinatornye algoritmy, teorija i praktika* / [Je. Rejngold, Ju. Nivergelt, N. Der]. M.: Mir, 1980. 480 s.

Поступила в редколлегию 23.08.2016

Чеченя Вадим Сергеевич, преподаватель информатики КВНЗ «Запорожский педагогический колледж» ЗОР. Адрес: Украина, 69000, Запорожье, ул. Запорожского козачества, 6, e-mail: chechenja@ukr.net.

Chechenja Vadim Sergeevich, Informatics teacher, KVNZ "Zaporozhye Pedagogical College" ZOR. Address: Zaporozhskogo kozachestva str., 6, Zaporizhzhya, Zaporizhzhya, 69000, Ukraine, e-mail: chechenja@ukr.net.