

ДЕКОМПОЗИЦІЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ АПАРАТНОГО БІТ-ПОТОКОВОГО ОБЧИСЛЮВАЧА ІРРАЦІОНАЛЬНИХ ФУНКЦІЙ

ШКІЛЬ О.С., ЛАРЧЕНКО Б.Д., ЛАРЧЕНКО Л.В.

Пропонуються математичні моделі апаратних біт-потоків обчислювачів дробово-раціональних функцій і функцій добування кореня, які є складовими математичної моделі апаратного біт-потоків обчислювача ірраціональних функцій. Математична модель апаратного біт-потоків обчислювача добування кореня отримується аналітично з використанням методу формування приростів апроксимуючих висхідних ступінчастих функцій. Математична модель апаратного біт-потоків обчислювача дробово-раціональних функцій отримується алгоритмічним шляхом неперервного паралельного обчислення значень двох раціональних функцій і формуванням вихідного біт-потоків обчислювача в моменти рівності їх значень. Запропоновані математичні моделі апаратних біт-потоків обчислювачів забезпечують абсолютну похибку відтворення функцій 0,5 одиниці молодшого біту аргументу.

Ключові слова: функціональне перетворення, бітові потоки даних, обчислення біт-потоків даних, метод, апроксимація, математична модель, вибірка.

Key words: functional conversion, bit-stream data, bit-stream computing, method, approximation, mathematical model, sample.

1. Вступ

При наростанні складності завдань по організації обчислень в таких областях, як сенсорика, інтернет речей, промисловий інтернет, робототехніка, біоелектроніка та інші, де актуальні збір і перетворення інформації від великої кількості різномірних джерел, одним з напрямків, пов'язаних зі створенням нових базових елементів для побудови обчислювальних систем, є розробка пристроїв, що виконують перетворення бітових потоків даних. Це пояснюється тим, що біт-потоків форма ефективно застосовується як в сенсорних інтерфейсах, так і при формуванні керуючих сигналів [1,2]. При цьому, бітові потоки являють собою імпульси електричної або іншої природи з одиничним значенням амплітуди, у яких інформативні параметри так чи інакше пов'язані з часом.

Біт-потоків форми дозволяють здійснювати передачу і обробку інформації способами, що характеризуються певними особливостями – можливістю послідовної обробки потоків в темпі надходження одиничних імпульсів та високою

завадостійкістю внаслідок непозиційного характеру і еквівалентності одиничних імпульсів по відношенню до їх ваги в цифровому коді [3].

Переваги біт-потоків подання сприяють розробці відповідних пристроїв для систем управління і контролю [4, 5], а також підходів до організації обчислювальних перетворень.

При проведенні математичної обробки первинної вимірювальної інформації, що отримують від вимірювальних сенсорів потрібно виконання різних нелінійних перетворень бітових потоків даних. Завдяки можливостям інтегральних технологій, що активно розвиваються, проміжний функціональний перетворювач може бути впроваджений в структуру сенсора, для отримання готового до використання обробленого цифрового сигналу. Обробка передбачає як перетворення форми подання інформації, так і виконання лінеаризації сигналу сенсора з використанням різних функцій. При цьому перевага віддається сенсорам, що забезпечують безперервний процес вимірювань і перетворень.

Інтелектуальні вимірювальні системи часто передбачають первинну обробку вимірювальної інформації для прийняття рішень про результати вимірювань з метою реалізації управління. При цьому в більшості випадків потрібні плавні зміни сигналів управління, наприклад, при впливі на виконавчі механізми роботів, маніпуляторів, біонічних протезів. [6]. Для згладжування можуть використовуватися різні нелінійні функції: логарифмічна, ірраціональна, дробово-раціональна, експоненціальна, тригонометричні. Як ефективну елементну базу для реалізації біт-потоків пристроїв розглядають програмовані логічні інтегральні схеми. Їх застосування знімає значну кількість обмежень на складність розроблюваних перетворювачів, що дозволяє при цьому досягти максимальної технологічної надійності та швидкодії [7].

Потокові способи передачі та обробки інформації характеризуються можливістю реалізації перетворення за рахунок використання методів формування приростів і послідовної обробки потоків у міру надходження бітових потоків даних. Реалізація потоків методу обчислень полягає в розгортці кодової інформації в часі з одночасним паралельно-послідовним виконанням перетворень над бітами потоків даних відповідно до необхідної функції.

В основі функціонального перетворення лежить послідовне обчислення значень функцій, що ви-

конуються для сусідніх значень аргументу. При цьому є можливість враховувати попередню історію процесу: кожне наступне значення функції обчислювати з врахуванням інформації, взятої з попереднього обчислення. При цьому перше обчислення здійснюється з врахуванням додаткової інформації (налаштування або введення початкових умов) [8].

Метою роботи є дослідження та розробка математичних моделей апаратних біт-потоків обчислювачів дробово-раціональних функцій і функцій добування кореня, які входять складовими до математичної моделі апаратного біт-потоків обчислювача ірраціональних функцій. Запропоновані моделі забезпечують абсолютну похибку відтворення функцій 0,5 одиниці молодшого біту аргументу.

2. Математичне обґрунтування способу обчислення ірраціональних функцій

Відповідно до мети дослідження апаратний біт-потоків обчислювач ірраціональних функцій, має реалізувати неперервну функцію

$$y^* = \sqrt[k]{\left[\frac{\sum_{i=0}^n a_i x^i}{m} \right]}, \quad (1)$$

де i, a_i – цілі додатні числа.

В [9] розглянуто метод формування приростів висхідних функцій. Зазначено, що неперервна функція $y^* = f(x^*)$, яка обмежена умовами

$$x^*, y^* \geq 0, y^* \leq x^*, \frac{dy^*}{dx^*} > 0 \quad \text{і} \quad \text{має зворотну}$$

$x^* = \psi(y^*)$ може бути відтворена на виході апаратного біт-потоків обчислювача апроксимуючою функцією

$$y = [f(x) + |\delta_{\max}|], \quad (2)$$

де x, y – вхідний і вихідний бітові потоки даних відповідно, $0,5 \leq |\delta_{\max}| < 1$ – задане граничне значення абсолютної похибки відтворення відповідних неперервних функцій. В (2) квадратні дужки позначають цілу частину числа.

Було показано, що процес відтворення функції (2) з біт-потоків формою подання аргументу може бути зведений до вибірки певної частини бітів x_y з вхідного бітового потоку даних x , номери яких визначають з нерівності

$$\Psi(y - |\delta_{\max}|) \leq x_y < \Psi(y - |\delta_{\max}|) + 1, \quad (3)$$

де $\Psi(y - |\delta_{\max}|)$ – функція, зворотна $f(x)$.

Зазначено, що значення x_y , що обираються з вхідного бітового потоку даних, можуть бути знайдені шляхом послідовної підстановки $y = 1, 2, 3, \dots$ в нерівність (3) обчисленням лівої її частини і округленням одержуваних дискретних значень в більшу сторону до найближчого цілого числа, або обчисленням правої її частини і округленням в меншу сторону.

З огляду на вищесказане, нерівність (3) можна замінити рівністю

$$x_y = [\Psi(y) - |\delta_{\max}|] + 1, \quad (4)$$

де $y = 1, 2, 3, \dots$

Такий метод забезпечує неперервний процес відтворення функції (2) в реальному часі по мірі надходження бітового потоку даних на вхід апаратного обчислювача. Апаратні обчислювачі, що розглядаються, як правило, працюють в області низьких частот тому, в переважній більшості, вибірккові значення x_i представляють бітовим потоком даних, що істотно спрощує їх технічну реалізацію [10].

Отже, неперервна функція (1) може бути відтворена а виході пристрою апроксимуючою функцією

$$y = \left[\sqrt[k]{\left[\frac{\sum_{i=0}^n a_i x^i}{m} \right] + |\delta_{1\max}|} + |\delta_{2\max}| \right], \quad (5)$$

де x – аргумент функції, що представляє собою бітовий потік даних; i, a_i – цілі додатні числа; $|\delta_{1\max}|$ – граничне значення абсолютної

похибки ділення полінома $\sum_{i=0}^n a_i x^i$ на число m ;

$|\delta_{2\max}|$ – граничне значення абсолютної похибки добування кореня. На виході пристрою формується бітовий потік даних y .

Абсолютна похибка обчислення дробово-раціональної функції виникає при поділі полінома на число m та при добуванні кореня і може бути забезпечена 0,5 одиниці молодшого біту числа x . При обчисленні поліномів з цілими коефіцієнтами похибка обчислення відсутня.

При абсолютних похибках $|\delta_{1\max}| = |\delta_{2\max}| = 0,5$ забезпечується мінімально можлива похибка відтворення заданої функції, так як і результат ділення, і результат добування кореня округляється до найближчого цілого числа.

З урахуванням абсолютної мінімально можливої похибки відтворення функції, апаратний біт-

потоків обчислювач ірраціональних функцій має реалізувати функцію

$$y = \left[\sqrt[k]{\frac{\sum_{i=0}^n a_i x^i}{m}} + 0,5 \right] + 0,5 \quad (6)$$

При обчисленні функції (6) необхідно послідовне виконання двох етапів: на першому етапі виконати обчислення дробово-раціональної функції, що є в підкореневому виразі, на другому – виконати добування кореня з числа, отриманого на першому етапі в результаті обчислення дробово-раціональної функції.

Отримаємо математичні моделі апаратних біт-потоків обчислювачів дробово-раціональної функції і функції добування кореня, що є складовими математичної моделі апаратного біт-потоків обчислювача ірраціональних функцій.

3. Математичні моделі апаратних біт-потоків обчислювачів дробово-раціональних функцій

Значна кількість відтворюваних на практиці елементарних функцій забезпечується апроксимацією дробово-раціональними функціями.

Апаратні біт-потоків обчислювачі дробово-раціональних функцій мають широке застосування і в загальному випадку реалізують неперервну функцію

$$y^* = \frac{\sum_{i=0}^n a_i x^{*i}}{\sum_{j=0}^1 b_j x^{*j}} \quad (7)$$

де i, j, a_i, b_j – цілі додатні числа.

Пристрої, що виконують такі перетворення, як правило, відрізняються простотою технічної реалізації.

В [11] було отримано систему нерівностей, що може бути реалізована апаратним біт-потоків обчислювачем. Зазначено, що з урахуванням функції (2) і абсолютної похибки відтворення $|\delta_{\max}| = 1$ апроксимуюча дробово-раціональна функція набуває вигляду

$$y = \left[\frac{\sum_{i=0}^n a_i x^i}{\sum_{j=0}^1 b_j x^j} \right] \quad (8)$$

Так як функція (8) не має аналітичного виразу зворотної їй функції, і обчислення x_y не є можливим за формулою (3), опустивши квадратні дужки можна перейти до нерівності

$$\sum_{i=0}^n a_i x^i \geq y \sum_{j=0}^1 b_j x^j \quad (9)$$

де $y = 1, 2, 3, \dots$

З нерівності (9) випливає, що першому ($y=1$) біту вихідного бітового потоку обчислювача має відповідати той біт x_1 вхідного бітового потоку $x=1, 2, 3, \dots$, при якому буде виконано нерівність

$$\sum_{i=0}^n a_i x_1^i \geq \sum_{j=0}^1 b_j x_1^j \quad (10)$$

Аналогічно, другому вихідному біту ($y=2$) обчислювача має відповідати біт x_2 бітового потоку x , при якому буде виконано нерівність

$$\sum_{i=0}^n a_i x_2^i \geq 2 \sum_{j=0}^1 b_j x_2^j \quad (11)$$

Для вихідного біт-потоків $y = 3, 4, 5, \dots$ будуть виконані аналогічні нерівності відповідно.

Отже, в результаті отримаємо систему нерівностей

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^n a_i x_1^i &\geq \sum_{j=0}^1 b_j x_1^j, \\ \sum_{i=0}^n a_i x_2^i &\geq 2 \sum_{j=0}^1 b_j x_2^j, \\ \sum_{i=0}^n a_i x_3^i &\geq 3 \sum_{j=0}^1 b_j x_3^j, \\ &\dots \dots \dots \\ \sum_{i=0}^n a_i x_y^i &\geq y \sum_{j=0}^1 b_j x_y^j. \end{aligned} \quad (12)$$

Технічна реалізація дробово-раціонального обчислювача є більш простою, якщо систему нерівностей (12) представити у вигляді різниць з урахуванням рівностей

$$\sum_{i=0}^n a_i x_y^i = \sum_{i=0}^n a_i x_y^i - \sum_{i=0}^n a_i x_{y-1}^i + \sum_{i=0}^n a_i x_{y-1}^i \quad (13)$$

$$y \sum_{j=0}^1 b_j x_y^j = y \sum_{j=0}^1 b_j x_y^j - (y-1) \sum_{j=0}^1 b_j x_{y-1}^j + (y-1) \sum_{j=0}^1 b_j x_{y-1}^j.$$

Отже, система нерівностей, що представляє собою математичну модель біт-потоків обчислювача дробово-раціональної функції (8) в різницях має вигляд

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^n a_i x_1^i &\geq \sum_{j=0}^1 b_j x_1^j, \\ \sum_{i=0}^n a_i x_2^i - \sum_{i=0}^n a_i x_1^i + \Delta_1 &\geq 2 \sum_{j=0}^1 b_j x_2^j - \sum_{j=0}^1 b_j x_1^j, \\ \sum_{i=0}^n a_i x_3^i - \sum_{i=0}^n a_i x_2^i + \Delta_2 &\geq 3 \sum_{j=0}^1 b_j x_3^j - 2 \sum_{j=0}^1 b_j x_2^j, \\ &\dots \dots \dots \end{aligned} \quad (14)$$

$$\sum_{i=0}^n a_i x_y^i - \sum_{i=0}^n a_i x_{y-1}^i + \Delta_{y-1} \geq y \sum_{j=0}^1 b_j x_y^j - (y-1) \sum_{j=0}^1 b_j x_{y-1}^j .$$

В системі нерівностей (14) Δ_{y-1} визначається

$$\Delta_{y-1} = \sum_{i=0}^n a_i x_y^i - \sum_{i=0}^n a_i x_{y-1}^i + \Delta_{y-2} - y \sum_{j=0}^1 b_j x_y^j + (y-1) \sum_{j=0}^1 b_j x_{y-1}^j \quad (15)$$

З (14) випливає, що визначення вибірок x_y може бути зведено до обчислення приростів ґратчастої функції $\sum_{i=0}^n a_i x^i$ змінної x на кожному з інтервалів $(x_{y-1}; x_y]$ та їх порівнянні з приростами ґратчастої функції $y \sum_{j=0}^1 b_j x^j$ двох змінних x, y з урахуванням їх різниці Δ_{y-1} , отриманої на попередньому кроці інтервалу $(x_{y-2}; x_{y-1}]$ в точці x_{y-1} .

На основі викладеного вище отримаємо математичну модель апаратного біт-потокowego обчислювача дробово-раціональних функцій, що має місце в підкореновому виразі апроксимуючої функції (6).

Неперервна дробово-раціональна функція має вигляд

$$y^* = \frac{\sum_{i=0}^n a_i x^{*i}}{m}, \quad (16)$$

де i, a_i, m – цілі додатні числа. В (16) в чисельнику маємо поліном i -го степеня, а поліном в знаменнику є константою m : $b_0 = m$, так як коефіцієнти $b_1 = b_{1-1} = b_{1-2} = \dots = b_1 = 0$.

Апроксимуюча дробово-раціональна функція, що відтворює неперервну (16) з урахуванням абсолютної похибки обчислення $|\delta_{\max}| = 0,5$ набуде вигляду

$$y = \left[\frac{\sum_{i=0}^n a_i x^i}{m} + 0,5 \right]. \quad (17)$$

Задана абсолютна похибка відтворення, що забезпечує обчислення функції $|\delta_{\max}| = 0,5$ і є оптимальною з точки зору точності обчислення. Опустивши квадратні дужки перейдемо до нерівності

$$\frac{\sum_{i=0}^n a_i x^i}{m} \geq \left(y - \frac{1}{2} \right). \quad (18)$$

Виконавши перетворення, отримаємо

$$2 \sum_{i=0}^n a_i x^i \geq m(2y-1) \quad (19)$$

З нерівності (19) випливає, що першому ($y=1$) біту вихідного біт-потокowego апаратного обчислювача буде відповідати той біт x_1 вхідного біт-потокowego $x=1, 2, 3, \dots$, при якому буде виконана нерівність

$$2 \sum_{i=0}^n a_i x_1^i \geq m \quad (20)$$

Аналогічно, другий ($y=2$) і наступні біти вихідного біт-потокowego апаратного обчислювача визначаються системою нерівностей

$$\begin{aligned} 2 \sum_{i=0}^n a_i x_2^i &\geq 3m \\ 2 \sum_{i=0}^n a_i x_3^i &\geq 5m \end{aligned} \quad (21)$$

.....

З урахуванням (19) систему нерівностей (21) можна представити у вигляді різниць на основі рівностей

$$\sum_{i=0}^n a_i x_y^i = \sum_{i=0}^n a_i x_y^i - \sum_{i=0}^n a_i x_{y-1}^i + \sum_{i=0}^n a_i x_{y-1}^i \quad (22)$$

$$m(2y-1) = m(2y-1) - m(2(y-1)-1) + m(2(y-1)-1).$$

Отже, в результаті отримаємо систему нерівностей що представляє собою математичну модель апаратного біт-потокowego обчислювача дробово-раціональної функції (17) в різницях

$$\begin{aligned} 2 \sum_{i=0}^n a_i x_1^i &\geq m, \\ 2 \left(\sum_{i=0}^n a_i x_2^i - \sum_{i=0}^n a_i x_1^i \right) + \Delta_1 &\geq 2m, \\ 2 \left(\sum_{i=0}^n a_i x_3^i - \sum_{i=0}^n a_i x_2^i \right) + \Delta_2 &\geq 2m, \\ &\dots \dots \dots \\ 2 \left(\sum_{i=0}^n a_i x_y^i - \sum_{i=0}^n a_i x_{y-1}^i \right) + \Delta_{y-1} &\geq 2m. \end{aligned} \quad (23)$$

В системі нерівностей (23) Δ_{y-1} визначається

$$\Delta_{y-1} = 2 \left(\sum_{i=0}^n a_i x_y^i - \sum_{i=0}^n a_i x_{y-1}^i \right) + \Delta_{y-2} - 2m. \quad (24)$$

З (23) випливає, що визначення вибірок x_y може бути зведено до обчислення приростів ґратчастої функції $2 \sum_{i=0}^n a_i x^i$ змінної x на кожному з інтервалів $(x_{y-1}; x_y]$ і їх порівнянні з приростами функції $m(2y-1)$ з урахуванням їх

різниці Δ_{y-1} , отриманої на попередньому кроці інтервалу $(x_{y-2}; x_{y-1}]$ в точці x_{y-1} .

В системах управління, контролю та інформаційно-вимірювальних системах широке застосування знаходять апаратні біт-потоківі обчислювачі дробово-раціональних функцій, що відтворюють неперервні

$$y^* = \frac{x^{*i}}{m}, \quad (25)$$

$$y^* = \frac{\sum_{i=0}^n x^{*i}}{m}, \quad (26)$$

де i, a_i, m – цілі додатні числа.

В (25) чисельник представляє собою поліном i -го степеня, в якому коефіцієнти мають значення $a_i = 1, a_{i-1} = a_{i-2} = \dots = a_1 = 0$.

Апроксимуючі дробово-раціональні функції, що відтворюють неперервні (25) і (26) з абсолютною похибкою обчислення $|\delta_{\max}| = 0,5$ відповідно мають вигляд

$$y = \left[\frac{x^i}{m} + 0,5 \right], \quad (26)$$

$$y = \left[\frac{\sum_{i=0}^n x^i}{m} + 0,5 \right], \quad (27)$$

де x – бітовий потік даних. В (27) чисельник $\sum_{i=0}^n x^i$ – бітовий потік, представлений пачками одиничних імпульсів (бітів).

Опустивши квадратні дужки в (26) перейдемо до нерівності

$$\frac{x^i}{m} \geq y - \frac{1}{2}. \quad (28)$$

Перетворимо вираз (28) і отримаємо нерівність

$$2x_1^i \geq m(2y - 1) \quad (29)$$

Скориставшись (29), перейдемо до системи різницевої нерівностей, яка представляє собою математичну модель апаратного біт-потоківі обчислювача, що реалізує функцію (26):

$$\begin{aligned} 2x_1^i &\geq m, \\ 2(x_2^i - x_1^i) + \Delta_1 &\geq 2m, \\ 2(x_3^i - x_2^i) + \Delta_2 &\geq 2m, \\ &\dots \dots \dots \\ 2(x_y^i - x_{y-1}^i) + \Delta_{y-1} &\geq 2m. \end{aligned} \quad (30)$$

В системі нерівностей (30) Δ_{y-1} визначається

$$\Delta_{y-1} = 2(x_y^i - x_{y-1}^i) + \Delta_{y-2} - 2m. \quad (31)$$

З (30) випливає, що визначення вибірок x_y може бути зведено до обчислення приростів гратчастої функції $2x^i$ змінної x на кожному з інтервалів $(x_{y-1}; x_y]$ і їх порівнянні з приростами функції $m(2y-1)$ з урахуванням їх різниці Δ_{y-1} , отриманої на попередньому кроці інтервалу $(x_{y-2}; x_{y-1}]$ в точці x_{y-1} .

Математична модель апаратного біт-потоківі обчислювача, що реалізує функцію (27) може бути описана системою нерівностей (30).

4. Математична модель апаратного біт-потоківі обчислювача добування кореня

При обчисленні ірраціональної функції (2) на другому етапі обчислень необхідно добувати корінь k -го степеня з цілого числа, отриманого в результаті обчислення дробово-раціональної функції.

Апаратні біт-потоківі обчислювачі добування кореня відтворюють неперервну функцію

$$y^* = \sqrt[k]{x^*}. \quad (32)$$

Функція, що апроксимує неперервну функцію (32) з урахуванням (3) і абсолютної похибки обчислення $|\delta_{\max}| = 0,5$ має вигляд

$$y = \left[\sqrt[k]{x} + 0,5 \right]. \quad (33)$$

Отримаємо математичну модель апаратного біт-потоківі обчислювача добування кореня, скориставшись методом формування приростів висхідних функцій.

Для функції (33) визначимо зворотну функцію і запишемо нерівність

$$(2y-1)^k \leq 2^k x_y < (2y-1)^k + 1 \quad (34)$$

Закон вибірки x_y при цьому визначається необхідною похибкою обчислення функції. Номери x_y вхідного біт-потоківі x можуть бути визначені за формулою (34) при підстановці $y = 1, 2, 3, \dots$. При цьому буде забезпечена абсолютна похибка обчислень, що не перевищує 0,5 одиниці молодшого біту аргументу.

На основі нерівності (34) отримаємо математичну модель апаратного біт-потоківі обчислювача добування кореня в різницях

$$2^k x_1 \geq (2y_1 - 1)^k,$$

$$\begin{aligned} 2^k(x_2 - x_1) + \Delta_1 &\geq (2y_2 - 1)^k - (2y_1 - 1)^k \\ 2^k(x_3 - x_2) + \Delta_2 &\geq (2y_3 - 1)^k - (2y_2 - 1)^k \end{aligned} \quad (35)$$

В системі нерівностей (35) Δ_{v-1} визначається

$$\Delta_{v-1} = 2(x_y - x_{v-1}) + \Delta_{v-2} - (2y_1 - 1)^k + (2y_{l-1} - 1)^k. \quad (36)$$

З (35) випливає, що визначення вибірок x_y може бути зведено до обчислення приростів гратчастої функції $2^k x$ змінної x на кожному з інтервалів $(x_{y-1}; x_y]$ і їх порівнянні з приростами функції $(2y-1)^k$ з урахуванням їх різниці Δ_{y-1} , отриманої на попередньому кроці інтервалу $(x_{y-2}; x_{y-1}]$ в точці x_{y-1} .

3 системи нерівностей (35) впливає, що першому біту вихідного біт-потoku обчислювача ($y_1=1$) буде відповідати значення x_1 вхідного біт-потoku $x=1, 2, 3, \dots$, при якому буде виконано першу нерівність. Аналогічно, другому біту вихідного біт-потoku ($y_2=2$) буде відповідати значення x_2 вхідного біт-потoku x , при якому буде виконано другу нерівність. Для наступних бітів вихідного біт-потoku y будуть виконані аналогічні нерівності відповідно.

5. Висновки

В результаті проведених досліджень дано математичне обґрунтування способу обчислення ірраціональних функцій, що мають в підкореновому виразі дробово-раціональну функцію. Показано, що обчислення ірраціональних функцій, може бути здійснено в два етапи: на першому етапі здійснюється обчислення дробово-раціональної функції, на другому – добування кореня з числа, отриманого в результаті обчислення дробово-раціональної функції.

Наукова новизна полягає в розробці математичних моделей апаратних біт-потоків обчислювачів дробово-раціональних функцій і функцій добування кореня, що входять складовими в математичну модель апаратного обчислювача ірраціональних функцій.

Зазначено, що дробово-раціональні функції в загальному випадку не мають аналітичного запису зворотних їм функцій. Тому визначити аналітичним шляхом значення вибірок x_y з вхідного бітового потоку за методом формування приростів висхідних ступінчастих функцій не є

можливим. Проте, значення x_y можуть бути отримані алгоритмічним шляхом неперервного паралельного обчислення значень двох раціональних функцій відповідно і формуванням вузлів апроксимації вихідних функцій в моменти їх рівності. При цьому, однією з них є функція змінної x , що відповідає чисельнику дробово-раціональної функції, а друга – функція двох змінних x і y , що відповідає її знаменнику, помноженому на поточне значення y . Запропонований алгоритм формування апроксимуючих дробово-раціональних функцій здійснює формування вузлів апроксимації в реальному часі в темпі надходження бітового потоку даних на вхід обчислювача.

Отримано математичну модель апаратного біт-поточкового обчислювача функцій добування кореня з використанням методу формування приростів висхідних ступінчастих функцій, що дозволяє визначити аналітичним шляхом значення вибірок x_v з вхідного біт-поточку даних.

Запропоновані математичні моделі апаратних біт-потоківих пристроїв обчислення функцій забезпечують мінімально можливу похибку обчислення функцій, що забезпечує 0,5 одиниці молодшого біту аргументу.

Література: 1. *Dhafer Al-Makhles, Nitish Patel, Akshya Swain.* Bitstream control system: Stability and experimental application // Intern. Conf. on Appl. Electronics. Czech Republic, Pilsen, 2013. P. 1–6. 2. *Буренева О.И., Журнова О.А.* Бит-потокное устройство извлечения квадратного корня // Известия ЛЭТИ, 2019, №2, С. 26 – 32. 3. *Gulin A.I., Safyannikov N.M., Bureneva O.I., Kaydanovich A.Yu.* Assurance of Fault-Tolerance in Bit-Stream Computing Converters // Proceeding of 16th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2018). Kazan, Russia, September 14 – 17, 2018. P. 418 – 421. 4. *Fujisaka H., Kurata R., Sakamoto M. and Morisue M.* Bit-stream signal processing and its application to communication system // IEEE Proceedings on Circuits, Devices and Systems. 149 3, 2002. 5. *D. Al-Makhles, N. Patel and A. Swain.* Conventional and hybrid bit-stream in real-time system // Proceedings of the 11th Workshop on Intelligent Solutions in Embedded Systems (WISES), Pilsen, Czech Republic. 2013. 6. *Сафьянников Н.М., Буренева О.И.* Следящий потоковый вычислительный преобразователь для интеллектуальных измерительных систем // Международная конференция по мягким вычислениям. 2019. Т.1. С 263-266. 7. *Буренева О.И., Журнова О.А.* Многофункциональный бит-потокный преобразователь // Известия ЛЭТИ, 2019, №10. С. 46 – 53. 8. *Стахів М.Ю.* Автореф. дисертації. Цифрові функціональні перетворювачі розгортуючого типу з покращеними характеристиками // Видавництво Національного університету «Львівська політехніка». 2013. 21 с. 9.

Ларченко Л.В., Кулак Е.М., Ларченко Б.Д. Функціональне перетворення імпульсних потоків в апаратних обчислювачах математичних функцій // *Радіоелектроніка та інформатика*. 2019. №3. С. 27-34. 10. Ларченко Л.В., Хаханова А.В. Специализированный вычислитель для извлечения корня квадратного из суммы квадратов // *Радиоэлектроника и информатика*, 2010. №1. С.71–74. 11. Ларченко Л.В. Структурний синтез функціонально-орієнтованих пристроїв з числоімпульсним кодуванням. Автореф. дисертації // Харків: ХДТУРЕ. 1998. 18 с.

Транслітерований список літератури:

1. Dhafer Al-Makhles, Nitish Patel, Akshya Swain. Bitstream control system: Stability and experimental application // Intern. Conf. on Appl. Electronics. Czech Republic, Pilsen, 2013. P. 1–6.
2. Bureneva O.I., Zhirnova O.A. Bit-potokovoye ustroystvo izvlecheniya kvadratnogo kornya // *Izvestiya LETI*, 2019, №2, S. 26 – 32.
3. A.I. Gulin, N.M. Safyannikov, O.I. Bureneva, A.Yu. Kaydanovich. Assurance of Fault-Tolerance in Bit-Stream Computing Converters // *Proceeding of 16th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2018)*. Kazan, Russia, September 14 – 17, 2018. – pp. 418 – 421.
4. H. Fujisaka, R. Kurata, M. Sakamoto and M. Morisue. Bit-stream signal processing and its application to communication system // *IEEE Proceedings - Circuits, Devices and Systems*, 149 3, 2002.
5. D. Al-Makhles, N. Patel and A. Swain. Conventional and hybrid bit-stream in real-time system // *Proceedings of the 11th Workshop on Intelligent Solutions in Embedded Systems (WISES)*, Pilsen, Czech Republic, 2013.
6. Safyannikov N.M., Bureneva O.I. Sledyashchiy potokovyy vychislitel'nyy preobrazovatel' dlya intellektual'nykh izmeritel'nykh sistem // *Mezhdunarodnaya konferentsiya po myagkim vychisleniyam*. 2019. T.1. S 263-266.
7. Bureneva O.I., Zhirnova O.A. Mnogofunktsional'nyy bit-potokovyy preobrazovatel' // *Izvestiya LETI*, 2019, №10, S. 46 – 53.
8. Stakhiv M.YU. Avtoref. dysertatsiyi. Tsyfrovi funktsional'ni peretvoryuvachi rozhortuyuchoho typu z pokrashchenymy kharakterystykamy // *Vydavnytstvo Natsional'noho universytetu «L'vivs'ka politekhnika»*. 2013. 21 S.
9. L.V. Larchenko, E. M. Kulak, B. D. Larchenko. Functional conversion of pulse streams in hardware mathematical functions computer // *Radioelectronics and Informatics*, 2019. N. 3 S. 27-34
10. Larchenko L.V., Khakhanova A.V. Spetsializirovanny vychislitel' dlya izvlecheniya kornya kvadratnogo iz summy kvadratov // *Radioelektronika i informatika*. 2010, №1. S.71–74.
11. Larchenko L.V. Avtoref. dysertatsyy. Strukturnyy syntez funktsional'no-oryentirovannykh ustroystv s chysloym pul'snym koduvannya // *Vydavnytstvo KhDTURE*. 1998. 18 S.

Поступила в редколлегию 18.12.2019

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Кривуля Г.Ф.

Шкіль Олександр Сергійович, канд. техн. наук, доцент кафедри АПОТ ХНУРЕ. Наукові інтереси: діагностика цифрових систем, дистанційна освіта. Адреса: Україна, 61166, Харків, пр. Науки, 14, тел. +380(57) 702-13-26.

Ларченко Богдан Дмитрович: аспірант кафедри АПОТ ХНУРЕ. Наукові інтереси: автоматизоване проектування цифрових систем, мови опису апаратури, FPGA. Адреса: Україна, 61166, Харків, пр. Науки, 14, тел. +380(57) 702-13-26.

Ларченко Ліна Вікторівна: канд. техн. наук, доцент кафедри АПОТ ХНУРЕ. Наукові інтереси: автоматизоване проектування спеціалізованих цифрових систем, мови опису апаратури. Адреса: Україна, 61166, Харків, пр. Науки, 14, тел. +380(57) 702-13-26.

Shkil Alexander Sergeevich. PhD, Associate Professor, Associate Professor of Design Automation Department, Kharkiv National University of Radioelectronics. Scientific education: diagnostics of digital systems, distance education. Address: Ukraine, 61166, Kharkov, Nauka Avenue, 14, tel. +380 (57) 702-13-26.

Larchenko Bogdan Dmitrovich, PhD student, Design Automation Department, Kharkiv National University of Radioelectronics. Scientific interests: automated design of digital machines, HDL, FPGA. Address: Ukraine, 61166, Kharkiv, Nauka Avenue, 14, tel. 702-13-26.

Larchenko Lina Viktorivna, PhD, Associate Professor, Design Automation Department, Kharkiv National University of Radioelectronics. Scientific interests: automated design of digital machines, HDL. Address: Ukraine, 61166, Kharkiv, Nauka Avenue, 14, tel. 702-13-26.